



Г. Б. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

**КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ
КОНТУРЫ
И ФИЛЬТРЫ**



Г. Б. БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ И ФИЛЬТРЫ

*Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия для радиотехнических техникумов*



ИЗДАТЕЛЬСТВО „СУДОСТРОЕНИЕ“
ЛЕНИНГРАД
1965



Scan AAW

В книге рассматриваются основные особенности радиотехники, приводится анализ временных и спектральных характеристик управляющих сигналов и радиосигналов, вводится понятие помехоустойчивости радиотехнических устройств. Излагается теория линейных цепей с сосредоточенными параметрами. Все колебательные контуры и фильтры исследуются как линейные четырехполюсники, качество которых оценивается по небольшому числу показателей: входному сопротивлению, коэффициенту передачи напряжения и частотным характеристикам, поскольку по таким же параметрам и характеристикам оценивается большинство более сложных схем, содержащих колебательные цепи.

В каждую главу книги включены числовые примеры, контрольные вопросы и задачи.

Книга предназначена в качестве учебного пособия для учащихся радиотехнических техникумов по курсу «Основы радиотехники». Она будет полезна и для студентов вузов и работников радиотехнической промышленности.

ГРИГОРИЙ БЕНЦИОНОВИЧ БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ И ФИЛЬТРЫ

Сводный темплан учебников, учебн. и метод. пособий для ВУЗов
и техникумов 1965 г., № 1027

Рецензенты: инж. *М. Н. Калантаров* и канд. техн. наук *И. А. Фастовский*

Научный редактор инж. *Е. Л. Окунь*

Редактор *Г. П. Квочкина*

Переплет художника *А. А. Винера*

Технический редактор *Д. М. Кряксова*

Корректор *М. П. Бушева*

Сдано в набор 24/III 1965 г.

Подписано к печати 8/VI 1965 г.

Формат бумаги 60 × 90¹/₁₆

Печ. л. 8,5

Уч.-изд. л. 8,1

Изд. № 1558—64

М-20884

Тираж

13 000 экз.

Цена 43 к.

Зак. № 265

Издательство «Судостроение», Ленинград, ул. Гоголя, 8.

Ленинградская типография № 6 Главполиграфпрома
Государственного комитета Совета Министров СССР по печати.
Ленинград, ул. Моисеенко, 10

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Основные особенности радиотехники

Радиотехника — обширная область науки и техники, предметом которой является передача и прием информации посредством электромагнитных волн.

Передаваемая информация заключена в сообщении, которое посылается источником (отправителем) информации к ее получателю. Чтобы передать информацию электрическим способом, нужно на передающем пункте преобразовать сообщение в электрический сигнал, а на приемном пункте совершить обратное преобразование. Между обоими пунктами должна быть линия связи. В линиях радиосвязи сигнал имеет форму переменных электрического и магнитного полей, свободно распространяющихся в пространстве. Это и есть электромагнитные волны (радиоволны), посредством которых осуществляется радиосвязь.

В настоящее время существует много отраслей радиотехники. Различаются они видом передаваемой информации. Например, радиотелеграфии соответствует передача информации в виде условных телеграфных сигналов, радиотелефонии и радиовещанию — в виде звуковых сигналов, радиофототелеграфии — в виде неподвижных изображений, телевидению — в виде движущихся изображений, радиотелеметрии — в виде результатов измерения величин, радиотелемеханике — в виде команд управления, радиолокации — в виде координат объектов, радиоастрономии — в виде данных об естественных космических телах и т. д.

В чем основные особенности радиотехники? Чем, например, отличается радиосвязь от проводной связи? Чтобы ответить на эти вопросы, рассмотрим, как совершается переход от телефонной связи к радиотелефонии.

Простейшая схема телефонной связи (рис. 1, *а*) состоит из угольного микрофона *М*, источника постоянного напряжения U_0 , двухпроводной линии *Лн* и телефона *Т*. Временная диаграмма тока в телефонной линии показана на рис. 1, *б*.

Когда перед микрофоном нет звуков, сопротивление цепи постоянное, в ней течет постоянный ток ($i = I_0$) и мембрана

телефона остается неподвижной. При наличии звуков ($t > t_0$) мембрана микрофона совершает механические колебания, угольный порошок то уплотняется, то разрыхляется и сопротивление порошка изменяется в такт со звуковыми колебаниями. Соответственно изменяется и ток в цепи, пульсация тока вызывает колебания мембраны телефона относительно его электромагнита, в результате воспроизводятся передаваемые звуки.

Полученный в данном случае электрический сигнал называется *управляющим*.

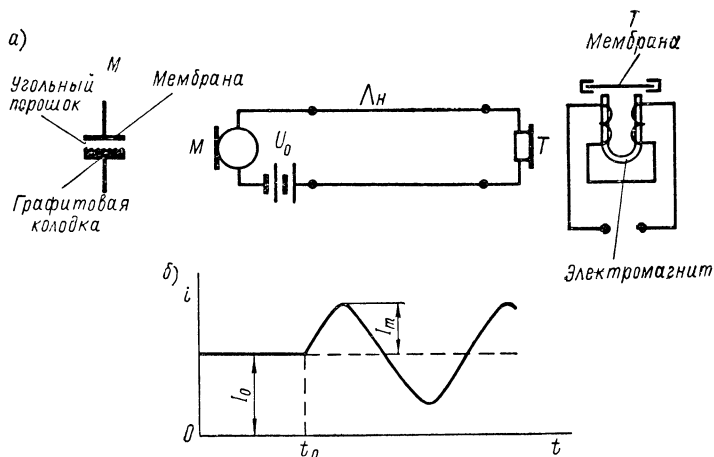


Рис. 1. Схема телефонной связи и ее элементы (а) и форма тока в линии связи (б)

Если сообщение представляет собой звук чистого тона, то управляющий сигнал должен изменяться по синусоидальному закону согласно уравнению

$$i = I_0 + I_m \sin \Omega (t - t_0) = I_0 + I_m \sin 2\pi F (t - t_0),$$

где i — ток в момент времени $t > t_0$ (мгновенное значение тока);

I_0 — ток при отсутствии звукового сообщения;

I_m — амплитуда переменной составляющей тока;

F — частота звукового сообщения;

$\Omega = 2\pi F$ — угловая (круговая) частота звукового сообщения;

t_0 — время начала звукового сообщения.

Чем громче звук, тем больше амплитуда I_m , а чем выше тон звука, тем больше частота F . Человеческое ухо реагирует на звуковые колебания, частота которых находится в пределах от $F_{\min} = 16$ гц до $F_{\max} = (16 \div 20)$ кгц.

Рассмотрим особенности радиотелефонии, т. е. передачи звуковых колебаний с помощью электрического и магнитного полей без применения проводов. Эти поля заключают в себе энергию, и об их интенсивности судят по напряженностям полей или по плотности потока мощности, т. е. мощности, приходящейся на единицу площади, расположенной перпендикулярно к направлению переноса электромагнитной энергии. Плотность потока мощности пропорциональна квадрату напряженности электрического или магнитного поля.

При первом ознакомлении с беспроводной связью иногда может возникнуть вопрос: нельзя ли осуществить такую связь, основываясь лишь на принципе электромагнитной индукции, т. е. включив на передающем и приемном пунктах индуктивности $L_{прд}$ и $L_{пр}$, связанные общим магнитным полем, которое изменяется в соответствии со звуковыми колебаниями перед микрофоном M (рис. 2)? На этот вопрос следует дать отрицательный

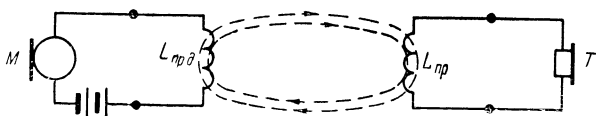


Рис. 2. Схема связи через поле индукции.

ответ: поля индукции не могут служить линией связи, так как интенсивность их очень быстро ослабевает с увеличением расстояния r от источника возбуждения до данной точки пространства. Напряженность поля индукции обратно пропорциональна квадрату, а плотность потока мощности — четвертой степени расстояния r .

Иные соотношения получаются при наличии электромагнитных волн, которые излучаются передающей и улавливаются приемной антеннами. В процессе излучения электромагнитных волн электрические и магнитные поля «отрываются» от передающей антенны и свободно распространяются во всех направлениях. Если пренебречь поглощением радиоволн в окружающей среде, то плотность потока мощности, заключенной в электромагнитных полях, будет уменьшаться только за счет того, что их энергия по мере распространения волн рассеивается во все большем пространстве. Представим себе, что передающая антенна находится в центре сферы произвольного радиуса r и излучает мощность P_{Σ} . Поскольку поверхность сферы равна $4\pi r^2$, то плотность потока мощности через эту поверхность выражается дробью $P_{\Sigma}/4\pi r^2$, т. е. обратно пропорциональна квадрату расстояния r , а напряженность поля — первой степени этого расстояния. В таких условиях используя электромагнитные волны, т. е. свободные электромагнитные поля, можно осуществить дальнюю беспроводную связь.

В первые годы развития радиотехники применялись только проволочные антенны. Такие антенны состоят из системы проводов,

подвешенных над землей, и так называемого заземления. На рис. 3 антенна и заземление соответственно обозначены буквами А и З. В непосредственной близости от антенны находятся преимущественно поля индукции, сильно связанные с антенной. Задача заключается в том, чтобы преобразовать их в свободные электромагнитные поля. Это оказывается возможным потому, что связанные с антенной поля занимают большой объем пространства и всякое изменение во времени их электрической составляющей порождает свободное магнитное поле, а изменение магнитной составляющей полей антенны порождает свободное электрическое поле. Полученные поля образуют электромагнитную волну, которая распространяется в пространстве со скоростью света. Чем больше частота тока в передающей антенне, тем больше скорость изменений связанных с ней полей и тем больше мощность излучаемой электромагнитной волны.

Эффективное излучение радиоволн возможно только на высоких частотах (радиочастотах) порядка $100\text{ кГц}—10^5\text{ МГц}$. (Принципиально излучение возможно и на низких (звуковых) частотах, но для этого потребовались бы антенны неосуществимо больших размеров.)

Для радиосвязи необходимо, чтобы колебания высокой частоты переносили информацию. Поэтому они называются *радиосигналами*. Чтобы радиосигнал соответствовал управляющему сигналу, один из параметров высокочастотных колебаний (амплитуда, частота или фаза) должен модулироваться, т. е. изменяться по закону управляющего сигнала.

Обобщим сказанное.

1. На передающем пункте проводной связи сообщение должно быть преобразовано в управляющий сигнал, а при радиосвязи, кроме того, управляющий сигнал должен быть преобразован в радиосигнал.

2. Линия радиосвязи, в отличие от линии проводной связи, не содержит проводов, а образуется электромагнитными волнами, излучение и прием которых производятся антеннами.

3. На приемном пункте проводной связи управляющий сигнал преобразуется в сообщение, а в радиоприемном устройстве этому предшествует преобразование радиосигнала в управляющий.

4. Колебания высокой частоты, модулируемые управляющим сигналом, играют роль переносчика информации. Поэтому исходные колебания высокой частоты называются *несущим сигналом*, а частота их *несущей*.

§ 2. Блок-схема радиосвязи

Рассмотрим блок-схему радиотелефонной связи и временные диаграммы напряжений и токов в этой схеме (рис. 3).

До момента времени $t = t_0$ в передающее устройство сообщение не поступает. Поэтому с нагрузки микрофона снимается постоян-

ное напряжение $u_y = U_0$ и генератор высокой частоты возбуждает на зажимах передающей антенны напряжение радиосигнала u с постоянными амплитудой U_{m0} и несущей частотой $\omega_0 = 2\pi f_0$. С момента поступления звукового сообщения ($t = t_0$) оно преобразуется микрофоном в управляющий сигнал низкой частоты,

а)

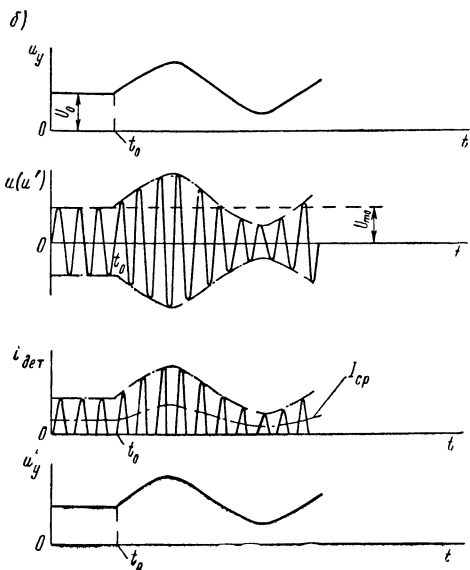
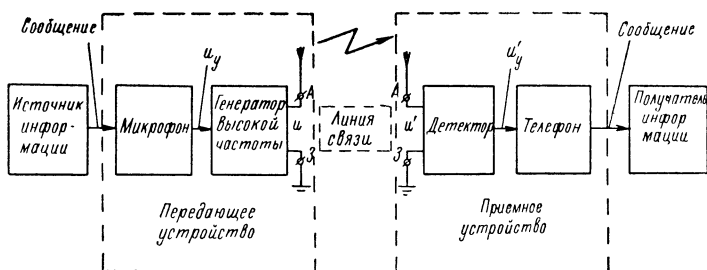


Рис. 3. Упрощенная блок-схема радиотелефонной связи (а) и временные диаграммы напряжений и токов в схеме (б)

напряжение u_y которого воздействует на генератор высокой частоты и модулирует его колебания. В данном случае предполагается амплитудная модуляция, т. е. амплитуда колебаний несущей частоты изменяется по тому же закону, что и мгновенное значение управляющего сигнала. Полученный радиосигнал u при помощи передающей антенны излучается в пространство

в виде радиоволн. Эти волны, достигнув приемной антенны, возбуждают на ее зажимах напряжение u' такой же формы, какую имел радиосигнал в передающей антенне. Кроме антенны, приемное устройство содержит детектор и телефон. Детектор преобразует радиосигнал в управляющий, а телефон под воздействием управляющего сигнала воспроизводит переданное звуковое сообщение.

Схема детектора (рис. 4) состоит из элемента, обладающего односторонней проводимостью (в рассматриваемом случае диода D),

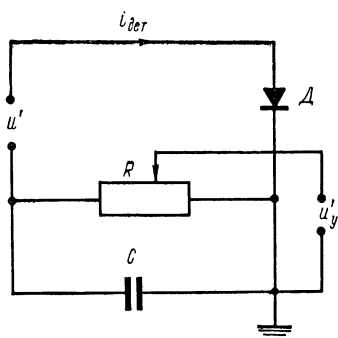


Рис. 4. Принципиальная схема амплитудного детектора.

и сопротивления нагрузки R , блокированного конденсатором C . Благодаря диоду ток в цепи детектора i_{det} идет только в одном направлении и представляет собой импульсы, амплитуда которых изменяется во времени по закону управляющего сигнала. Такой пульсирующий ток состоит, как известно, из среднего тока I_{cp} (рис. 3, б), имеющего форму огибающей пульсирующего тока, и переменных токов, изменяющихся относительно этого среднего тока. В схеме детектора средняя составляющая пульсирующего тока совпадает по форме с управляющим сигналом, а

остальные его составляющие являются высокочастотными токами.

Для разделения токов высокой и низкой частоты емкость конденсатора C (рис. 4) подбирается такой, чтобы его емкостное сопротивление для частоты управляющего сигнала Ω было значительно больше, а для несущей частоты ω_0 — значительно меньше активного сопротивления R , т. е. $\frac{1}{\omega_0 C} \ll R \ll \frac{1}{\Omega C}$. При таком соотношении высокочастотные токи замыкаются преимущественно через емкость, а средний низкочастотный ток — через активное сопротивление. В результате с нагрузки детектора снимается напряжение $u'_y = I_{cp} R$ (рис. 3), которое совпадает по форме с управляющим сигналом.

Применяемые на практике устройства радиотелефонной связи выполняются по более сложной блок-схеме, показанной на рис. 5. Эта схема требует некоторых пояснений.

1. В реальных условиях наряду с полезными радиосигналами принимаются посторонние колебания высокой частоты, называемые помехами. (На рис. 5 все источники помех сконцентрированы в одном месте.)

2. Особое место занимают помехи, создаваемые посторонними радиостанциями. Чтобы исключить взаимные помехи одновременно работающих радиостанций, каждой из них отводят вполне

определенную несущую частоту и в состав приемника вводят схемы, осуществляющие избирательность (селекцию) сигналов по частоте. Первым звеном частотной избирательности является входная цепь приемника.

Кроме частотной, существует пространственная избирательность, которая выражается в том, что излучение и прием радиоволн производится преимущественно в определенных направлениях. Это достигается применением направленных антенн.

3. Качественное детектирование в приемнике возможно, если уровень сигнала велик и в достаточной мере превышает уровень

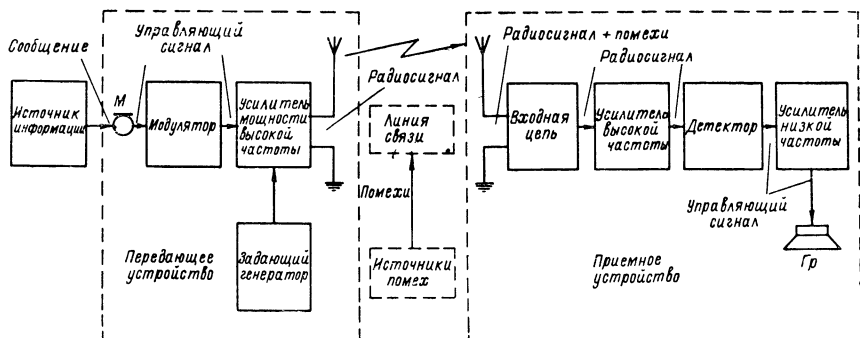


Рис. 5. Блок-схема радиосвязи.

помех. Например, ламповый диодный детектор работает хорошо при входном напряжении 0,1—0,3 в. В большинстве случаев от приемной антенны к приемнику подводится меньшее напряжение, ибо радиоволны в процессе распространения рассеиваются в пространстве и поглощаются в атмосфере, земле и окружающих предметах. На вход приемника поступает подчас 10^{-20} мощности радиоволн, излучаемых передающей антенной.

Чтобы увеличить отношение сигнал/помеха на входе детектора, принимают следующие меры:

а) высокочастотный генератор выполняют многокаскадным (рис. 5). Первый каскад представляет собой маломощный генератор с самовозбуждением, который незатухающими колебаниями несущей частоты возбуждает следующий каскад — *усилитель мощности*. В таких условиях несущая частота тока в передающей антенне задается первым каскадом генератора, и потому он называется *задающим генератором*. Число каскадов в усилителе мощности определяется требуемой мощностью тока в антенне. Очевидно, более мощные колебания несущей частоты нужно промодулировать более мощным управляющим сигналом. В связи с этим между микрофоном и усилителем мощности высокой частоты вводят усилитель низкой частоты, называемый *модулятором*;

б) направленные свойства антенн используют не только для пространственной избирательности, но и для усиления потока энергии радиосигнала в направлении радиосвязи;

в) чувствительность приемника увеличивают путем включения усилителя высокой частоты (УВЧ) между входной цепью и детектором; нагрузку УВЧ выбирают с таким расчетом, чтобы наряду с усилением в нем осуществлялась частотная избирательность.

4. Для повышения громкости приема продетектированный сигнал усиливают в усилителе низкой частоты (УНЧ), после чего звуковое сообщение воспроизводится громкоговорителем *Гр*.

Качество радиосвязи определяется в первую очередь точностью воспроизведения передаваемой информации. Точность эта тем выше, чем меньше искажений вносит каждое звено канала связи (передающее устройство, линия связи и приемное устройство). С этой точки зрения качество модулятора (включая микрофон) оценивается по тому, насколько его выходное напряжение воспроизводит передаваемую информацию; качество амплитудной модуляции определяется соответствием между огибающей радиосигнала и управляющим сигналом модулятора; качество антенн, входной цепи и УВЧ определяется тем, насколько сохранена ими форма радиосигнала; качество детектора — соответствием выделенного детектором управляющего сигнала и огибающей радиосигнала и т. д.

§ 3. Принципы осуществления радиотелеграфии и радиолокации

В радиотехнике используются как непрерывные, так и прерывистые (дискретные) сигналы. В качестве примеров применения дискретных сигналов рассмотрим принципы осуществления радиотелеграфии и радиолокации.

Радиотелеграфией называется передача телеграфных сигналов посредством радиоволн. Как известно, телеграфные сигналы кодируются по азбуке Морзе в виде точек и тире, между которыми имеются паузы (рис. 6). На время передачи сигналов замыкают телеграфный ключ передатчика *ТК* и с помощью манипулятора получают импульсы постоянного напряжения u_0 , длительность которых для точки (τ) меньше, чем для тире (в три раза). Эти импульсы служат управляющим сигналом при модуляции колебаний несущей частоты, полученных в задающем генераторе. На выходе усилителя мощности высокой частоты, т. е. в передающей антенне, радиосигнал принимает форму радиоимпульсов u — колебаний высокой частоты с огибающей в виде управляющих импульсов. Радиосигнал сохраняет свою форму (u') до и после усиления по высокой частоте в приемнике. Детектор производит демодуляцию, т. е. преобразует радиоимпульсы в импульсы постоянного напряжения u'_0 . Последние используются для управ-

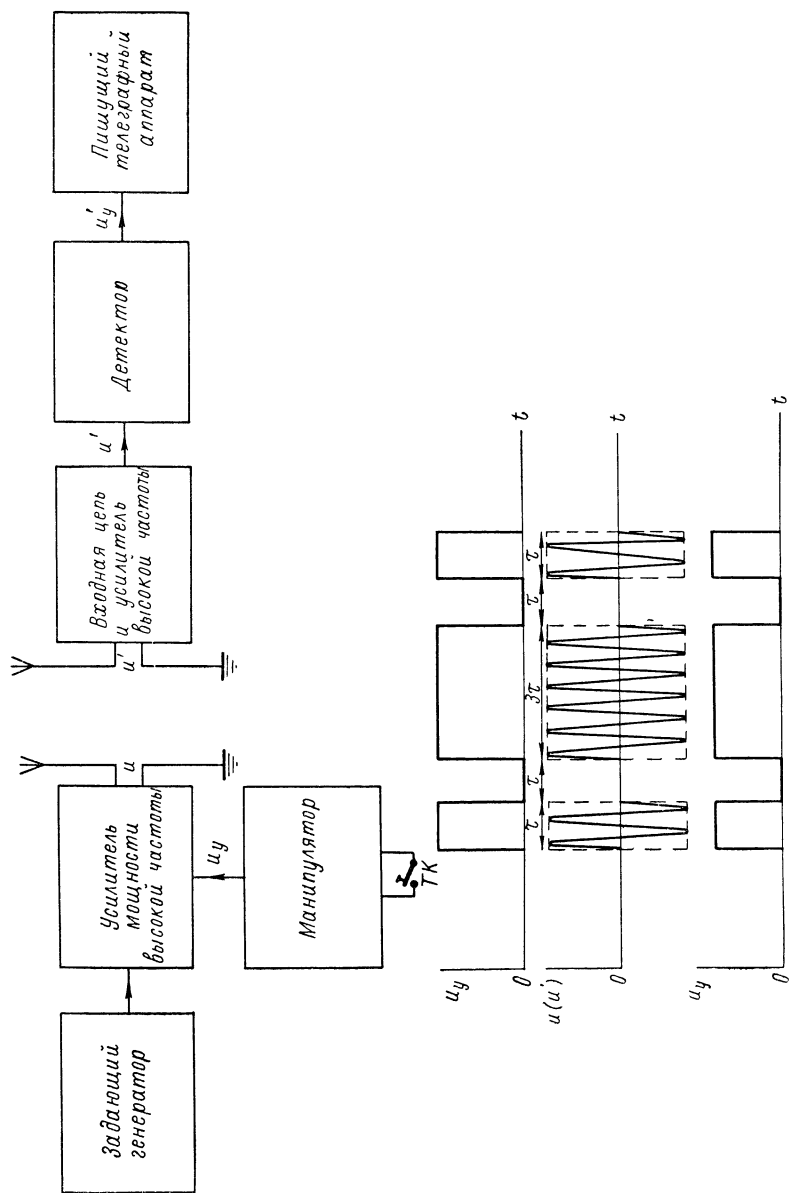


Рис. 6. Блок-схема радиотелеграфной связи и временные диаграммы напряжений в схеме

ления пишущим телеграфным аппаратом. В итоге на движущейся ленте аппарата во время действия каждого импульса прочерчивается линия, по длине которой определяется переданный сигнал (точка или тире).

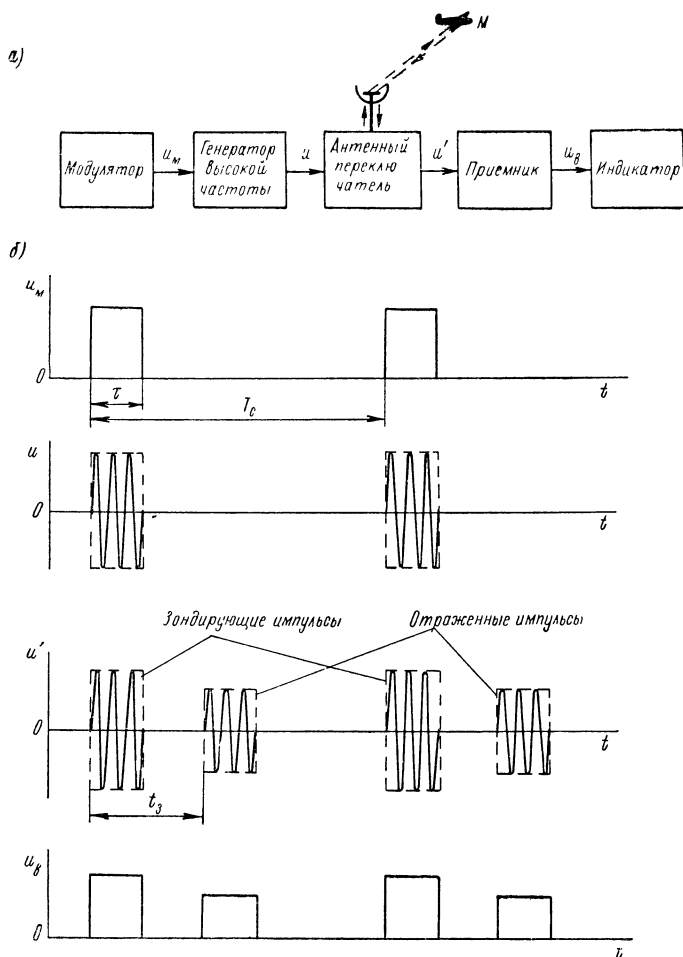


Рис. 7. Блок-схема радиолокационной станции (а), временные диаграммы напряжений в схеме (б).

Радиолокацией называется обнаружение и определение местоположения различных объектов по отраженным от них радиоволнам.

На рис. 7 представлены блок-схема и временные диаграммы импульсной радиолокационной станции. В такой станции модулятор подает на генератор высокой частоты управляющее напря-

жение u_m в виде импульсов длительностью τ , которые повторяются через время T_c , называемое периодом следования. Поэтому генератор возбуждает колебания высокой частоты не непрерывно, а в виде радиоимпульсов u , имеющих несущую частоту f и указанные параметры τ и T_c . Через антенный переключатель радиоимпульсы поступают в антенну и в виде электромагнитных волн достигают объекта — радиолокационной цели M . После отражения от цели волны распространяются в различных направлениях и часть из них улавливается приемно-передающей антенной.

Импульс передатчика называется *зондирующим*, а обратный импульс — *отраженным* или *эхоимпульсом*. Отраженный импульс приходит к антенне с запаздыванием относительно момента излучения зондирующего импульса. Запаздывание (t_3) равно времени распространения электромагнитных волн до цели и обратно:

$$t_3 = \frac{2r}{c},$$

где r — дальность цели;

$c = 3 \cdot 10^8$ м/сек — скорость распространения радиоволн в воздухе.

По окончании зондирующего импульса антенный переключатель работает на прием и соединяет антенну с приемником, но так как мощность зондирующего импульса велика, то и в режиме передачи на вход приемника просачивается радиоимпульс. Зондирующий и отраженные радиоимпульсы u' усиливаются и детектируются в приемнике. В результате детектирования получаются видеоимпульсы u_v — импульсы постоянного напряжения, которые совпадают по форме с огибающей радиоимпульсов u' .

Индикатор измеряет дальность цели r по времени запаздывания t_3 отраженного импульса, и поскольку t_3 прямо пропорционально r , то шкалу индикатора градуируют непосредственно в единицах дальности. Заметим, что информация о дальности цели еще отсутствует в зондирующем импульсе, она появляется только в отраженном сигнале.

Для получения полной информации о положении цели антенная станция должна быть направленной. Тогда по ориентации антенны в момент радиолокации цели можно судить о направлении на цель.

§ 4. Управляющие сигналы и радиосигналы

Любой сигнал определяется временными и спектральными характеристиками. Первое означает, что сигнал представляет определенную функцию времени, а второе, — что сигнал имеет определенный спектр частот, т. е. может быть представлен в виде суммы гармонических (синусоидальных) напряжений или токов различных частот. Временные зависимости изображаются временными, а спектральные — спектральными диаграммами.

Анализ амплитудно-модулированного (АМ) сигнала. Допустим, что управляющий сигнал изменяется по гармоническому закону, а радиосигнал модулируется по амплитуде этим управляющим сигналом, т. е. *приращение амплитуды радиосигнала прямо пропорционально приращению управляющего сигнала.*

До момента времени $t = t_0$ управляющее напряжение остается постоянным ($u_y = U_0$), а потому напряжение радиосигнала u сохраняет синусоидальную форму, несущую частоту $\omega_0 = 2\pi f_0$ и постоянную амплитуду U_{m0} . Эти величины находятся в следующей зависимости:

$$u = U_{m0} \sin \omega_0 t.$$

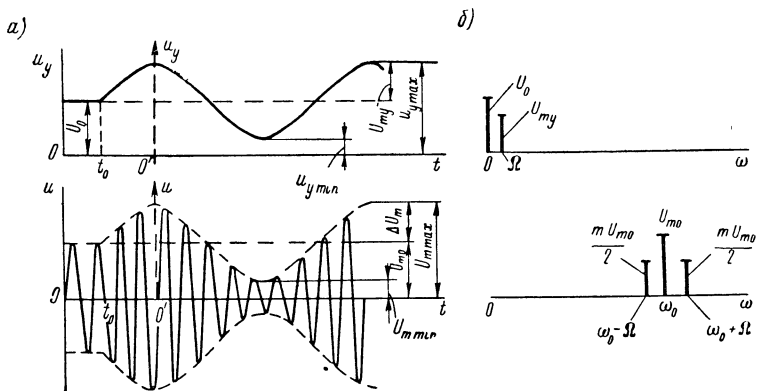


Рис 8. Временные и спектральные диаграммы управляющего сигнала и радиосигнала при амплитудной модуляции синусоидальным напряжением.

Временные диаграммы этих напряжений изображают функции $u_y = f_1(t)$ и $u = f_2(t)$ в прямоугольных координатах (рис. 8, а).

Построение спектральных диаграмм (рис. 8, б) требует некоторых пояснений. Горизонтальная ось этих диаграмм образует шкалу частот, а по вертикали откладываются отрезки, длина которых пропорциональна амплитуде соответствующей гармонической составляющей. В данном случае спектральная диаграмма управляющего напряжения имеет вид вертикального отрезка, расположенного против частоты $\omega = 0$ и равного U_0 , а спектральная диаграмма напряжения радиосигнала представляет собой вертикальный отрезок высотой U_{m0} , расположенный на шкале частот против $\omega = \omega_0$.

Процесс модуляции сопровождается изменением амплитуды радиосигнала по такому же закону (синусоидальному), как и управляющего сигнала.

Прежде чем построить временные диаграммы сигналов при модуляции, нужно вывести их уравнения. Для этого перенесем

начало отсчета времени в точку O' (рис. 8, а), где управляющее напряжение u_y максимально. Тогда уравнение для мгновенного значения управляющего напряжения будет иметь вид

$$u_y = U_0 + U_{m y} \cos \Omega t,$$

где $U_{m y}$ — амплитуда изменения управляющего сигнала;
 Ω — частота управляющего сигнала.

В момент $t = 0$

$$\cos \Omega t = 1 \text{ и } u_y = U_0 + U_{m y} = u_{y \max}.$$

По определению амплитудной модуляции между амплитудой напряжения радиосигнала U_m и управляющим напряжением u_y должна соблюдаться прямая пропорциональность. Поэтому

$$U_m = U_{m0} + \Delta U_m \cos \Omega t,$$

где ΔU_m — максимальное приращение амплитуды радиосигнала относительно исходного значения U_{m0} .

Умножив амплитуду U_m на $\sin \omega_0 t$, получим мгновенное значение напряжения радиосигнала:

$$u = U_m \sin \omega_0 t = (U_{m0} + \Delta U_m \cos \Omega t) \sin \omega_0 t. \quad (1)$$

На временных диаграммах модуляция изображается так: начиная с момента O' , в управляющем сигнале к постоянному напряжению U_0 прибавляется косинусоидальное напряжение, имеющее амплитуду $U_{m y}$ и частоту Ω , а в радиосигнале синусоидальные колебания несущей частоты ω_0 продолжают по-прежнему, но амплитуда их изменяется относительно U_{m0} на величину $\Delta U_m \cos \Omega t$.

Имея в виду, что

$$\sin \omega_0 t \cos \Omega t = \frac{1}{2} \sin (\omega_0 + \Omega) t + \frac{1}{2} \sin (\omega_0 - \Omega) t,$$

уравнение (1) приводим к виду

$$u = U_{m0} \sin \omega_0 t + \Delta U_m \sin \omega_0 t \cos \Omega t = U_{m0} \sin \omega_0 t + \frac{\Delta U_m}{2} \sin (\omega_0 + \Omega) t + \frac{\Delta U_m}{2} \sin (\omega_0 - \Omega) t. \quad (2)$$

О степени (глубине) амплитудной модуляции судят по *коэффициенту модуляции*

$$m = \frac{\Delta U_m}{U_{m0}},$$

который показывает, какую часть амплитуды напряжения несущей частоты U_{m0} составляет приращение амплитуды модулированного напряжения ΔU_m .

Когда нет модуляции, то $\Delta U_m = 0$ и $m = \frac{\Delta U_m}{U_{m0}} = 0$. При равенстве $\Delta U_m = U_{m0}$ коэффициент $m = \frac{\Delta U_m}{U_{m0}} = 1$ и амплитуда

радиосигнала изменяется от минимальной $U_{m \min} = U_{m0} - \Delta U_m = 0$ до максимальной $U_{m \max} = U_{m0} + \Delta U_m = 2U_{m0}$. Если же коэффициент модуляции $m > 1$, то $\Delta U_m > U_{m0}$ и возникают искажения, называемые *перемодуляцией*.

Введя в формулу (2) величину $\Delta U_m = mU_{m0}$, получим

$$u = U_{m0} \sin \omega_0 t + \frac{mU_{m0}}{2} \sin (\omega_0 + \Omega) t + \frac{mU_{m0}}{2} \sin (\omega_0 - \Omega) t \quad (3)$$

Из формулы (3) вытекает, что если синусоидальные колебания несущей частоты ω_0 промодулировать по амплитуде гармоническим

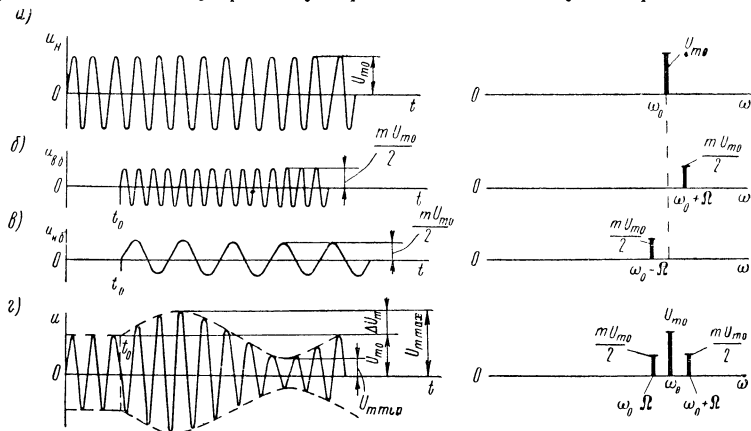


Рис 9 Временные и спектральные диаграммы напряжений несущей частоты (а), верхней (б) и нижней (в) боковых частот и результирующего радиосигнала (г).

управляющим сигналом с частотой Ω , то в результате получатся несинусоидальные колебания, которые состоят из трех синусоидальных: колебаний несущей частоты ω_0 с амплитудой U_{m0} , колебаний верхней боковой частоты $\omega_0 + \Omega$ с амплитудой $\frac{mU_{m0}}{2}$ и колебаний нижней боковой частоты $\omega_0 - \Omega$ с амплитудой $\frac{mU_{m0}}{2}$.

На спектральной диаграмме управляющего сигнала модуляция выражена вертикальным отрезком высотой U_m при частоте Ω , а на спектральной диаграмме радиосигнала — двумя вертикальными отрезками, высотой $\frac{mU_{m0}}{2}$ каждый, при частотах $\omega_0 - \Omega$ и $\omega_0 + \Omega$. Название «боковые частоты» объясняется тем, что спектральные линии этих частот располагаются по обе стороны от линии несущей частоты, которая не изменяется в процессе модуляции.

На рис. 9 показаны временные и спектральные диаграммы напряжений несущей частоты u_n , верхней боковой частоты $u_{в. б.}$,

нижней боковой частоты $u_{н.б}$ и результирующего радиосигнала u , равного алгебраической сумме мгновенных значений напряжений $u_{н}$, $u_{н.б}$ и $u_{в.б}$.

До изменения управляющего сигнала ($t < t_0$) коэффициент модуляции m и амплитуды боковых частот $\frac{mU_{m0}}{2}$ равны нулю, т. е. нет колебаний боковых частот и результирующее напряжение является чисто синусоидальным напряжением несущей частоты ($u = u_{н}$). При появлении модуляции ($m \neq 0$) возникают синусоидальные напряжения боковых частот с постоянными амплитудами $\frac{mU_{m0}}{2}$, но так как боковые частоты различны и не равны несущей, то сдвиг по фазе между составляющими напряжениями $u_{н}$, $u_{н.б}$ и $u_{в.б}$ непрерывно изменяется. Соответственно изменяется амплитуда результирующего радиосигнала. Когда все три напряжения совпадают по фазе, они полностью складываются и амплитуда радиосигнала получается максимальной:

$$U_{m0} + \left(\frac{mU_{m0}}{2} + \frac{mU_{m0}}{2} \right) = U_{m0} + mU_{m0} = U_{m0} + \Delta U_m = U_{m \max}.$$

Через половину периода модуляции оба напряжения боковых частот уже будут находиться в противофазе с напряжением несущей частоты, и поэтому амплитуда радиосигнала получится минимальной:

$$U_{m0} - \left(\frac{mU_{m0}}{2} + \frac{mU_{m0}}{2} \right) = U_{m0} - mU_{m0} = U_{m0} - \Delta U_m = U_{m \min}$$

Следовательно, изменение амплитуды радиосигнала происходит в результате того, что к синусоидальным колебаниям несущей частоты прибавляются синусоидальные колебания боковых частот.

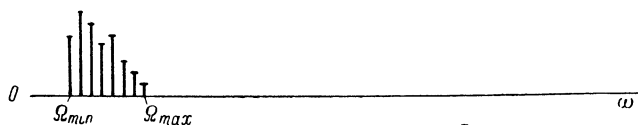
Реальные управляющие сигналы u_y сложнее чисто гармонических: в их спектре имеются частоты от минимальной Ω_{\min} до максимальной Ω_{\max} (рис. 10, а). Допустим, что в этом спектре имеются только две частоты Ω_1 и Ω_2 . Тогда в радиосигнале за счет первой частоты Ω_1 к колебаниям несущей частоты ω_0 прибавится одна пара боковых частот $\omega_0 + \Omega_1$ и $\omega_0 - \Omega_1$, а за счет второй частоты Ω_2 — другая пара боковых частот $\omega_0 + \Omega_2$ и $\omega_0 - \Omega_2$. Очевидно, что в более общем случае в спектре радиосигнала (рис. 10, б), кроме несущей частоты ω_0 , содержится полоса нижних боковых частот (от $\omega_0 - \Omega_{\min}$ до $\omega_0 - \Omega_{\max}$) и полоса верхних боковых частот (от $\omega_0 + \Omega_{\min}$ до $\omega_0 + \Omega_{\max}$). Коэффициент модуляции m для каждой пары боковых частот $\omega_0 \pm \Omega$ прямо пропорционален амплитуде той составляющей спектра управляющего сигнала, которая соответствует данной частоте Ω , но так как $m \leq 1$, то высота спектральной линии любой боковой частоты радиосигнала не может быть больше половины высоты спектральной линии несущей частоты.

Большое практическое значение имеет ширина спектра радиосигнала $\Delta\omega_{\text{сп}}$. При амплитудной модуляции, как легко заметить, эта ширина в два раза больше максимальной частоты спектра управляющего сигнала:

$$\Delta\omega_{\text{сп}} = (\omega_0 + \Omega_{\text{max}}) - (\omega_0 - \Omega_{\text{max}}) = 2\Omega_{\text{max}} \quad (4)$$

Впервые анализ АМ колебаний был произведен академиком М. В. Шулейкиным.

а)



б)

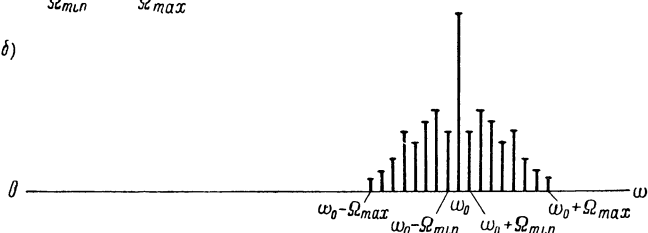


Рис 10. Спектральные диаграммы сложного управляющего сигнала (а) и соответствующего амплитудно-модулированного радиосигнала (б).

Анализ частотно-модулированного (ЧМ) сигнала. Наиболее общим выражением для мгновенного значения напряжения радиосигнала является

$$u = U_m \sin \varphi,$$

где амплитуда U_m и фазовый угол φ — произвольные функции времени t .

При амплитудной модуляции, как известно, U_m изменяется во времени согласно управляющему сигналу. Если амплитуда U_m постоянна при соответствующем изменении фазового угла φ во времени, то модуляция называется *угловой*. Последняя, в свою очередь, делится на частотную и фазовую.

Частотной называется такая модуляция, при которой фазовый угол φ изменяется за счет приращения частоты $\Delta\omega$, происходящего прямо пропорционально приращению напряжения управляющего сигнала Δu_y . *Фазовой* называется такая модуляция, при которой приращение фазового угла $\Delta\varphi$ прямо пропорционально приращению управляющего сигнала Δu_y . Оба вида угловой модуляции взаимно связаны. Действительно, если фаза

колебания в момент времени t имеет значение φ , то мгновенное значение угловой частоты выражается производной

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Аналогично при мгновенной частоте ω фаза колебаний за время t изменяется на величину, определяемую интегралом

$$\varphi = \int_0^t \omega dt.$$

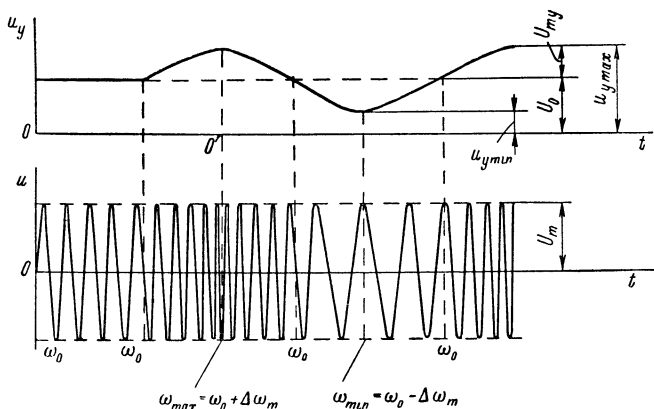


Рис. 11. Временные диаграммы управляющего сигнала и соответствующего частотно-модулированного радиосигнала.

Приведенная производная показывает, что закон изменения фазы колебания определяет его частоту, а приведенный интеграл показывает, что всякое изменение частоты колебания отражается на изменении его фазы.

Различие между частотной и фазовой модуляцией проявляется при модуляции сложным управляющим сигналом, содержащим ряд гармонических составляющих. В этом случае выявляются существенные преимущества частотной модуляции, в силу которых она получила большее практическое применение, чем фазовая. Мы ограничимся исследованием ЧМ сигнала.

Связь между временными изменениями управляющего напряжения u_y и ЧМ напряжения u иллюстрируется рис. 11. До модуляции ($u_y = U_0$) радиосигнал имел среднюю несущую частоту ω_0 . В процессе модуляции приращение частоты радиосигнала $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ происходит прямо пропорционально приращению управляющего напряжения $\Delta u_y = u_y - U_0$. Например, частота радиосигнала максимальна ($\omega_{\max} = \omega_0 + \Delta\omega_m$), когда управляющее напряжение максимально ($u_{y\max} = U_0 + U_{my}$), и минимальна ($\omega_{\min} = \omega_0 - \Delta\omega_m$), когда это напряжение минимально

($u_{y \min} = U_0 - U_{m y}$). Максимальное приращение частоты сигнала относительно ее исходного значения ω_0 ($\Delta\omega_m$) называется *девиацией частоты*. По определению частотной модуляции между $\Delta\omega_m$ и $U_{m y}$ должна соблюдаться прямая пропорциональность.

Принимаем за начало отсчета времени t момент O' (рис. 11), когда $u_y = u_{y \max}$. При этом условии мгновенные значения управляющего напряжения и частоты радиосигнала выражаются уравнениями

$$u_y = U_0 + U_{m y} \cos \Omega t;$$

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega_m \cos \Omega t.$$

Поскольку фазовый угол и частота сигнала связаны зависимостью $\varphi = \int_0^t \omega dt$, то при данном изменении частоты фазовый угол за время t изменится на величину

$$\begin{aligned} \int_0^t \omega dt &= \int_0^t (\omega_0 + \Delta\omega_m \cos \Omega t) dt = \int_0^t \omega_0 dt + \int_0^t \Delta\omega_m \cos \Omega t dt = \\ &= \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \sin \Omega t. \end{aligned} \quad (5)$$

Отношение $\Delta\omega_m/\Omega$ обозначается буквой M и называется *индексом (коэффициентом) частотной модуляции*:

$$M = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega}. \quad (6)$$

Так как при частотной модуляции девиация частоты $\Delta\omega_m$ прямо пропорциональна амплитуде изменения управляющего сигнала $U_{m y}$, то *индекс частотной модуляции прямо пропорционален амплитуде изменения управляющего сигнала $U_{m y}$ и обратно пропорционален его частоте $\Omega = 2\pi F$* .

Будем считать, что в начальный момент O' фаза радиосигнала φ_0 равна нулю. Тогда мгновенное значение фазового угла φ равно полученному приращению угла и в соответствии с формулами (5) и (6):

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \omega dt = \int_0^t \omega dt = \omega_0 t + \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \sin \Omega t = \omega_0 t + M \sin \Omega t \quad (7)$$

Если нет модуляции, то $\Delta\omega_m = 0$, $M = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} = 0$ и $\varphi = \omega_0 t$. Это означает, что второе слагаемое выражения (7) $M \sin \Omega t$ определяет изменение фазового угла радиосигнала под действием управляющего сигнала, а индекс частотной модуляции M является амплитудой этого изменения. Единица измерения индекса частотной модуляции — радиан.

На основании выражения (7) находим мгновенное значение ЧМ напряжения:

$$u = U_m \sin \varphi = U_m \sin (\omega_0 t + M \sin \Omega t) = \\ = U_m [\sin \omega_0 t \cos (M \sin \Omega t) + \cos \omega_0 t \sin (M \sin \Omega t)]. \quad (8)$$

Здесь мы сталкиваемся с тригонометрическими функциями от тригонометрических функций $\cos (M \sin \Omega t)$ и $\sin (M \sin \Omega t)$. Эти сложные зависимости называются функциями Бесселя. Они являются суммой простых тригонометрических функций, через которые можно представить исследуемое напряжение ЧМ сигнала следующим уравнением:

$$u = U_m [J_0 (M) \sin \omega_0 t + J_1 (M) \sin (\omega_0 + \Omega) t - \\ - J_1 (M) \sin (\omega_0 - \Omega) t + J_2 (M) \sin (\omega_0 + 2\Omega) t + \\ + J_2 (M) \sin (\omega_0 - 2\Omega) t + J_3 (M) \sin (\omega_0 + 3\Omega) t - \\ - J_3 (M) \sin (\omega_0 - 3\Omega) t + \dots], \quad (9)$$

где U_m — амплитуда результирующего сигнала;
 $J_0 (M)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка от индекса модуляции M ;
 $J_1 (M)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка от индекса модуляции M ;
 $J_2 (M)$ — функция Бесселя первого рода второго порядка от индекса модуляции M ;
 $J_3 (M)$ — функция Бесселя первого рода третьего порядка от индекса модуляции M .

Зависимость функций Бесселя $J_0 (M)$, $J_1 (M)$, $J_2 (M)$, \dots от индекса модуляции M показана на рис. 12. Из графиков видно, что при $M = 0$ коэффициент $J_0 (M) = 1$, а коэффициенты $J_1 (M) = J_2 (M) = \dots = 0$. С учетом этого из уравнения (9) находим

$$u = U_m \sin \omega_0 t.$$

Такой же результат получается при подстановке индекса $M = 0$ в формулу (8). Примем $M = 1 \text{ рад} = 57,3^\circ$; $\omega_0 t = (36 \times 10^6)^\circ$ и $\Omega t = 30^\circ$. Тогда $J_0 (M) = 0,7652$; $J_1 (M) = 0,4401$; $J_2 (M) = 0,1149$; $J_3 (M) = 0,0196$ и согласно формуле (8)

$$u = U_m [\sin (36 \cdot 10^6)^\circ \cos (57,3^\circ \sin 30^\circ) + \\ + \cos (36 \cdot 10^6)^\circ \sin (57,3^\circ \sin 30^\circ)] = U_m \sin 28^\circ 39' = \\ = 0,4795 U_m,$$

а согласно формуле (9)

$$\begin{aligned}
 u = U_m [& 0,7652 \sin (36 \cdot 10^6)^\circ + 0,4401 \sin (36 \cdot 10^6 + 30)^\circ - \\
 & - 0,4401 \sin (36 \cdot 10^6 - 30)^\circ + 0,1149 \sin (36 \cdot 10^6 + 60)^\circ + \\
 & + 0,1149 \sin (36 \cdot 10^6 - 60)^\circ + 0,0196 \sin (36 \cdot 10^6 + 90)^\circ - \\
 & - 0,0196 \sin (36 \cdot 10^6 - 90)^\circ] = U_m [0,4401 \sin 30^\circ + 0,4401 \sin 30^\circ + \\
 & + 0,1149 \sin 60^\circ - 0,1149 \sin 60^\circ + 0,0196 \sin 90^\circ + \\
 & + 0,0196 \sin 90^\circ] = 0,4793 U_m.
 \end{aligned}$$

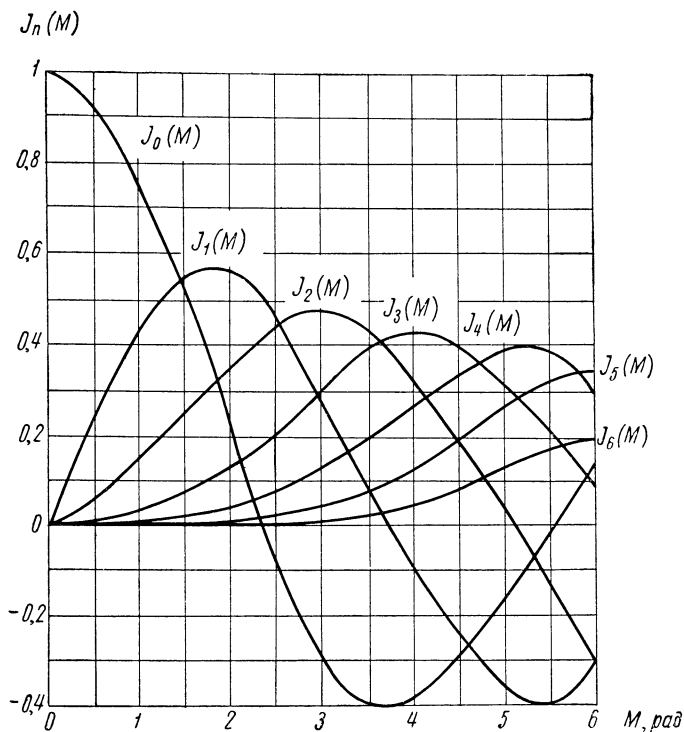


Рис 12 Зависимость функций Бесселя от аргумента

Как видим, результаты вычислений очень близки. Если же учитывать все значения функции Бесселя независимо от их малости, то при любых значениях индекса модуляции M выражения (8) и 9) окажутся равнозначными.

Из уравнения (9) вытекают следующие логические выводы:

1. Радиосигнал, полученный в результате частотной модуляции синусоидальных колебаний несущей частоты ω_0 гармоническим

управляющим сигналом с частотой Ω , имеет несинусоидальный характер, но состоит из ряда чисто синусоидальных колебаний: несущей частоты ω_0 , первой пары боковых частот $\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$, второй пары боковых частот $\omega_0 + 2\Omega$, $\omega_0 - 2\Omega$, третьей пары боковых частот $\omega_0 + 3\Omega$, $\omega_0 - 3\Omega$ и т. д. Спектральная диаграмма ЧМ сигнала показана на рис. 13. Характерно, что спектр аналогового АМ сигнала содержит, кроме несущей частоты, только одну пару боковых частот.

2. Амплитуда составляющей несущей частоты равна $U_m J_0(M)$, амплитуда первой пары боковых частот равна $U_m J_1(M)$, второй — $U_m J_2(M)$, третьей — $U_m J_3(M)$ и т. д., но поскольку U_m — общий множитель уравнения, то между амплитудами составляющих ЧМ сигнала существует такое же соотношение, как между соответствующими функциями Бесселя. Например, коэффициент $J_0(M)$ определяет амплитуду несущей частоты, коэффициент $J_1(M)$ — амплитуду первой пары боковых частот, $J_2(M)$ — второй пары и т. д.

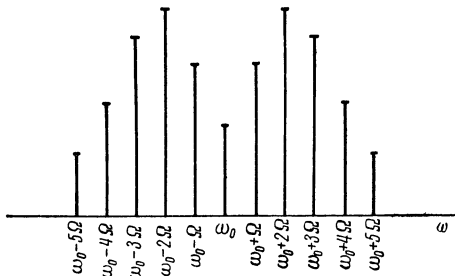


Рис. 13 Спектральная диаграмма частотно-модулированного сигнала

3. Теоретически спектр ЧМ сигнала имеет бесконечно много пар боковых частот, но практическое значение имеют только те составляющие, амплитуда которых больше 0,1 амплитуды результирующего радиосигнала U_m .

Если модуляция отсутствует ($U_{m_y} = 0$), то нет девиации частоты ($\Delta\omega_m = 0$) и коэффициент модуляции $M = \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} = 0$. В этом случае, как было показано, $u = U_m \sin \omega_0 t$. Следовательно, при отсутствии частотной модуляции радиосигнал представляет собой чисто синусоидальные колебания несущей частоты ω_0 , амплитуда которых U_m такая же, как и всего модулированного радиосигнала.

Если $M \ll 1$, то можно пренебречь всеми коэффициентами, порядок которых выше первого. Следовательно, такой ЧМ сигнал, как и АМ сигнал, содержит колебания несущей частоты и первой пары боковых частот.

При увеличении индекса модуляции до $M = 2$ функции Бесселя принимают значения $J_0(M) = 0,22$; $J_1(M) = 0,58$; $J_2(M) = 0,35$; $J_3(M) = 0,13$ и согласно формуле (9)

$$u = [0,22 \sin \omega_0 t + 0,58 \sin (\omega_0 + \Omega) t - 0,58 \sin (\omega_0 - \Omega) t + 0,35 \sin (\omega_0 + 2\Omega) t + 0,35 \sin (\omega_0 - 2\Omega) t + 0,13 \sin (\omega_0 + 3\Omega) t - 0,13 \sin (\omega_0 - 3\Omega) t] U_m,$$

т. е. амплитуда несущей частоты уменьшилась, но в спектре появились три пары боковых частот.

При $M = 4$ спектр содержит пять пар боковых частот.

Исследование более полных графиков или таблиц функции Бесселя от M показывает, что при $M = 7$ наблюдается восемь пар боковых частот, при $M = 20$ — двадцать одна пара и т. д. Легко заметить, что если $M \gg 1$, то число пар боковых частот равно $M + 1$, и так как интервал между соседними линиями спектра равен частоте управляющего сигнала, то ширина спектра ЧМ сигнала

$$\Delta \omega_{\text{сп}} = 2 (M + 1) \Omega \approx 2M\Omega. \quad (10)$$

Обращают на себя внимание два следующих обстоятельства: — при амплитудной модуляции ширина спектра радиосигнала зависит только от частоты управляющего сигнала, а при частотной модуляции еще и от индекса модуляции;

— ширина спектра ЧМ сигнала с $M \gg 1$ при одинаковой частоте модуляции Ω в M раз шире спектра АМ сигнала.

Влияние индекса частотной модуляции на ширину спектра объясняется так: увеличение M означает, что фаза радиосигнала под влиянием управляющего сигнала все более отклоняется от фазы синусоидальных колебаний несущей частоты, а в таких условиях амплитуда всего радиосигнала U_m может оставаться неизменной только за счет увеличения числа составляющих боковых частот.

4. Поскольку $\Delta \omega_{\text{сп}} \approx 2M\Omega$, а $M = \frac{\Delta \omega_m}{\Omega}$, то

$$\Delta \omega_{\text{сп}} \approx 2 \frac{\Delta \omega_m}{\Omega} \Omega = 2\Delta \omega_m,$$

т. е. при $M \gg 1$ ширина спектра ЧМ сигнала приблизительно равна удвоенной девиации частоты, и так как эта девиация зависит только от амплитуды управляющего сигнала, то ширина спектра ЧМ сигнала почти не зависит от частоты модуляции.

В этом преимущество частотной модуляции перед фазовой.

§ 5. Линейные и нелинейные цепи радиотехнических схем

В радиотехнике используется много различных схем. Однако эти схемы имеют общие признаки, по которым их сравнительно просто классифицируют. К таким признакам можно отнести число зажимов (полюсов) на входе и выходе схемы и линейность ее элементов.

В радиотехнике наиболее часто употребляются четырехполюсники. В качестве примера можно назвать усилители электрических сигналов. Они имеют два входных и два выходных зажима. Четырехполюсники состоят из элементов, простейшие из которых

двухполюсники. Последние (так же как радиотехнические цепи и системы в целом) делятся на линейные и нелинейные. Примером линейных двухполюсников могут служить активное сопротивление R , индуктивность L и емкость C , а нелинейного двухполюсника — диод (рис. 14).

Свойства линейных и нелинейных цепей. *Линейными* называются цепи, параметры которых не зависят от напряжений и токов в них, а *нелинейными* — цепи с параметрами, зависящими от данных величин. Это отличие иллюстрируется вольт-амперной

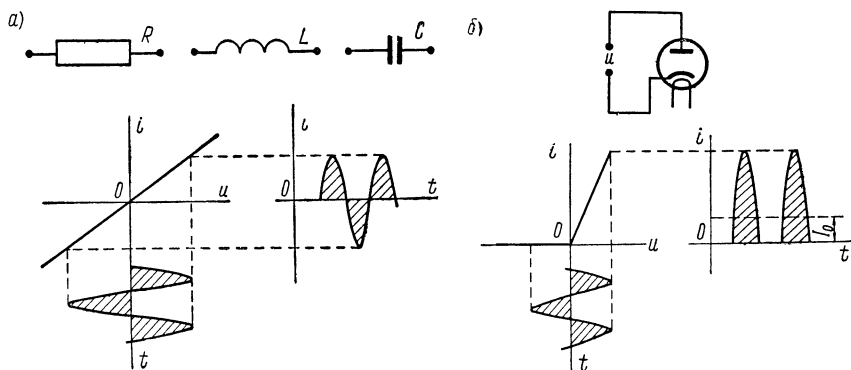


Рис. 14. Двухполюсники и их вольт-амперные характеристики: а — линейный двухполюсник; б — нелинейный двухполюсник.

характеристикой активного сопротивления, которая имеет вид прямой линии, проходящей через начало координат (рис. 14, а), и идеализированной вольт-амперной характеристикой диода, имеющей вид ломаной линии (рис. 14, б). Любой точке первой характеристики соответствует постоянное сопротивление R , выражающееся отношением u/i , а по второй характеристике сопротивление $R_d = u/i$ в области положительных напряжений на аноде конечно ($R_d = R_d^+ \neq \infty$), а в области отрицательных анодных напряжений, где ток $i = 0$, бесконечно ($R_d^- = u/0 = \infty$).

Сказанное позволяет выявить следующие различия между линейными и нелинейными цепями.

1. Линейные цепи подчиняются, а нелинейные не подчиняются принципу наложения (суперпозиции). Принцип наложения заключается в том, что при наличии в цепи нескольких э. д. с. любой формы и частоты действие каждой э. д. с. можно рассматривать независимо от других, а затем все действия суммировать. Объясняется это так: поскольку сопротивление линейной цепи не зависит от приложенного к ней напряжения, любая э. д. с., вводимая в цепь, вызывает приращение тока в прямой пропорции к э. д. с. Следовательно, мгновенное значение результирующего тока равно сумме мгновенных значений составляющих токов.

На конкретном примере можно убедиться в том, что этот принцип нельзя применять к диоду и другим нелинейным элементам. Пусть диод, имеющий сопротивление $R_d^+ = 200 \text{ ом}$, питается двумя последовательно включенными напряжениями $u_1 = 10 \text{ в}$ и $u_2 = -6 \text{ в}$. Ток в диоде, очевидно, будет равен $i = \frac{10-6}{0,2} = 20 \text{ ма}$.

Если же исходить из принципа наложения, то получим $i = \frac{u_1}{R_d^+} + \frac{u_2}{R_d^-} = \frac{10}{0,2} - \frac{4}{\infty} = 50 \text{ ма}$, что не соответствует действительности.

2. Частоты спектров выходного и входного напряжений линейных цепей одинаковы, а нелинейных различны. Например,

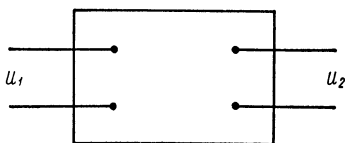


Рис. 15. Четырехполюсник

синусоидальное напряжение, приложенное к цепи из активных сопротивлений, вызывает в ней ток и выходное напряжение синусоидальной формы (рис. 14, а). Но если такое же напряжение будет приложено к диоду, то в нем возникнет пульсирующий ток (рис. 14, б). Спектр этого

тока имеет много гармонических составляющих, в частности постоянную составляющую I_0 . Такой составляющей нет во входном напряжении, доказательством этого может служить одинаковая форма положительной и отрицательной полуволн напряжения, которой соответствует среднее значение напряжения, равное нулю.

Из сказанного можно сделать вывод: если на выходе схемы нужно получить напряжение, содержащее такие частоты, которых нет во входном напряжении, то схема должна иметь один или более нелинейных элементов; во всех других случаях схема должна состояться из линейных элементов. Например, в радиоприемном устройстве антенна, входная цепь, усилители высокой и низкой частоты не изменяют спектра сигнала по частоте, а поэтому должны быть линейными; детектор, наоборот, является нелинейной схемой, ибо преобразует радиосигнал в управляющий с другим частотным спектром.

Входное сопротивление и коэффициент передачи напряжения линейного четырехполюсника. Подадим на вход линейного четырехполюсника (рис. 15) синусоидальное напряжение, мгновенное значение которого равно

$$u_1 = U_{m1} \sin(\omega t + \varphi_{01}).$$

Комплексная величина этого напряжения

$$\dot{U}_1 = U_{m1} e^{j(\omega t + \varphi_{01})},$$

а комплексная амплитуда

$$\dot{U}_{m1} = U_{m1} e^{j\varphi_{01}}.$$

Так как четырехполюсник линейный, его выходное напряжение, как и входное, синусоидальное и той же частоты ω , но модуль (абсолютное значение) амплитуды изменяется от U_{m1} до U_{m2} и фаза напряжения (аргумент) изменяется от φ_{01} до φ_{02} . Следовательно, мгновенное значение выходного напряжения четырехполюсника

$$u_2 = U_{m2} \sin(\omega t + \varphi_{02}),$$

комплексная величина этого напряжения

$$\dot{U}_2 = U_{m2} e^{j(\omega t + \varphi_{02})},$$

и комплексная амплитуда

$$\dot{U}_{m2} = U_{m2} e^{j\varphi_{02}}.$$

Входное напряжение четырехполюсника называют *воздействием*, а выходное — *откликом*.

Качество четырехполюсника, в первую очередь, определяется его входным сопротивлением и коэффициентом передачи напряжения.

Входным сопротивлением четырехполюсника $Z_{вх}$ называется сопротивление, оказываемое четырехполюсником источнику входного напряжения. Это сопротивление равно отношению входного напряжения к входному току, и так как между ними может быть сдвиг по фазе, то в общем случае входное сопротивление содержит активную и реактивную составляющие и выражается комплексной величиной

$$Z_{вх} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}.$$

Входное сопротивление определяет нагрузку на источник входного напряжения четырехполюсника, и поэтому величина его имеет большое практическое значение.

Коэффициентом передачи напряжения четырехполюсника называется отношение комплексной амплитуды выходного напряжения к комплексной амплитуде входного напряжения (или отношение комплексных величин напряжений):

$$K = \frac{\dot{U}_{m2}}{\dot{U}_{m1}} = \frac{U_{m2} e^{j\varphi_{02}}}{U_{m1} e^{j\varphi_{01}}} = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} e^{j(\varphi_{02} - \varphi_{01})}.$$

Коэффициент передачи напряжения как комплексное число может быть записан в виде $\dot{K} = K e^{j\psi}$.

Модуль коэффициента передачи $K = U_{m2}/U_{m1}$ показывает, во сколько раз четырехполюсник изменил модуль комплексной амплитуды напряжения, а аргумент этого коэффициента $\psi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ показывает, на какой угол четырехполюсник изменил фазу напряжения.

Коэффициент передачи напряжения четырехполосника, в котором имеются реактивные сопротивления, зависит от частоты. Зависимость модуля коэффициента передачи K от частоты входного синусоидального напряжения ω называется *амплитудно-частотной*, а зависимость аргумента коэффициента передачи напряжения ψ от частоты ω — *фазо-частотной характеристикой* четырехполосника.

Располагая частотными характеристиками, можно найти отклик четырехполосника на любое воздействие. Для этого, во-первых,

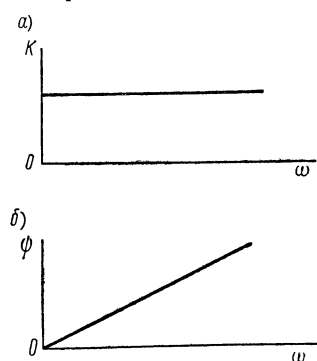


Рис. 16. Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (б) характеристики четырехполосника, не искажающего передаваемый сигнал.

нужно умножить каждую гармоническую составляющую входного напряжения на коэффициент передачи напряжения, соответствующий данной составляющей (с учетом и модуля K и аргумента ψ). Во-вторых, полученные гармонические составляющие выходного напряжения следует просуммировать. Результат и будет откликом четырехполосника на оказанное воздействие. Такой метод исследования основан на спектральном представлении сигнала.

С временным представлением связаны *переходные (временные) характеристики* четырехполосника. Переходная характеристика представляет собой зависимость выходного напряжения четырехполосника от времени, начиная с мо-

мента создания на входе четырехполосника резкого перепада напряжения. Эти характеристики полезны при исследовании переходных процессов и потому широко используются в импульсной технике (электрические импульсы являются результатом переходных процессов). В данном курсе главным образом изучаются установившиеся процессы в линейных радиотехнических схемах, в связи с чем используются только частотные характеристики четырехполосников.

Условия неискаженной передачи сигналов линейным четырехполосником. Форма частотных характеристик четырехполосника должна соответствовать его назначению. Например, для неискаженной передачи сигналов линейным четырехполосником его амплитудно-частотная характеристика должна иметь вид прямой, параллельной оси частот (рис. 16, а), а фазо-частотная характеристика — прямой, проходящей через начало координат (рис. 16, б). Докажем это.

Первая характеристика означает, что модуль K на всех частотах одинаков и, следовательно, амплитуды всех гармонических составляющих сигнала усиливаются четырехполосником одинаково (в K раз).

Поскольку фазо-частотная характеристика — прямая линия, то ее уравнение имеет вид

$$\psi = a\omega,$$

где a — постоянный угловой коэффициент.

С другой стороны, аргумент коэффициента передачи напряжения — это угол, на который отстает фаза гармонической составляющей с частотой ω за время ее задержки t_3 в четырехполоснике:

$$\psi = \omega t_3.$$

Сравнив оба уравнения, получим $t_3 = a$, т. е. гармонические составляющие сигнала любой частоты передаются с входа на выход четырехполосника за одно и то же время $t_3 = a$.

Таким образом, при данных частотных характеристиках (рис. 16) четырехполосник изменяет амплитуды всех составляющих в K раз и задерживает сигнал на время t_3 , но от этого форма сигнала не искажается.

§ 6. Понятие о помехоустойчивости радиотехнических устройств

Наиболее важный качественный показатель современного радиотехнического устройства — его *помехоустойчивость*, т. е. способность передачи сигналов с наименьшими ошибками в условиях помех. Если бы не было никаких радиопомех, в том числе и возникающих в приемнике, то при современной усилительной технике можно было бы принять любой сколь угодно слабый радиосигнал.

Различают внешние и внутренние помехи. Первые возникают вне приемно-передающего устройства, а вторые — внутри его. К внешним относятся помехи от соседних по частоте радиостанций, промышленные, атмосферные и космического происхождения.

Внешние помехи. Помех от соседних по частоте радиостанций можно избежать при соблюдении по крайней мере двух условий: спектры этих радиостанций не должны перекрываться и приемник должен обладать идеальной частотной избирательностью.

Первое условие выполняется, если несущие частоты f_{01} , f_{02} , f_{03} , f_{04} , . . . двух любых соседних радиостанций ($I-II$, $II-III$, $III-IV$) разнесены по крайней мере на ширину спектра одной радиостанции, как показано на рис. 17, а. Второе условие означает, что модуль коэффициента передачи напряжения высокочастотной части приемника K равен нулю за пределами спектра радиосигнала принимаемой станции (на рис. 17, б станция III). Вместе с тем для неискаженного воспроизведения данного спектра (рис. 17, в) модуль K должен быть постоянным и, разумеется, не равным нулю на всех частотах этого спектра. Следовательно, *идеальной формой амплитудно-частотной характеристики высоко-*

частотной части приемника является прямоугольник, боковые стороны которого соответствуют крайним боковым частотам спектра радиосигнала принимаемой станции.

Промышленные помехи возникают при излучении электромагнитных волн вследствие искрообразования (это явление наблюдается во всех видах электрического транспорта, в сварочных аппаратах, двигателях внутреннего сгорания, бытовых приборах и т. д.) и в результате работы различных установок, в которых генерируются колебания высокой частоты (например, для плавки

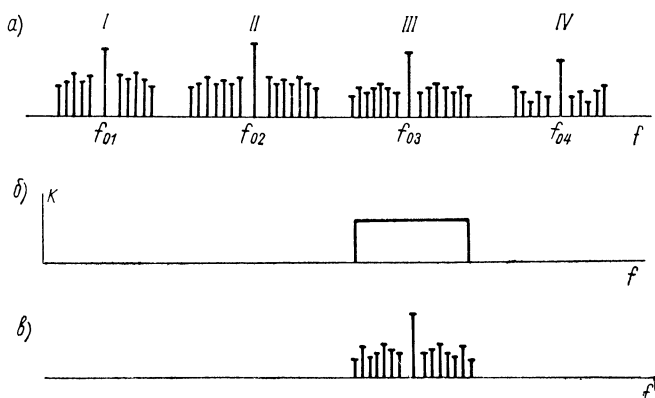


Рис. 17. Спектры частот радиосигналов на входе (а) и выходе (в) приемника с идеальной амплитудно-частотной характеристикой (б).

и термической обработки металлов, сушки древесины, медицинских целей и т. д.).

Чтобы ослабить промышленные помехи, источники их тщательно экранируют, вводят в них фильтры, всеми средствами снижают искрообразование и по возможности располагают радиоприемные станции вдали от этих источников.

Атмосферные помехи обусловлены электромагнитным излучением, происходящим при грозовых разрядах, в результате переноса заряженных частиц по воздуху и по другим причинам. Атмосферные помехи наиболее интенсивны на низких радиочастотах. Поэтому помехоустойчивость радиосистем повышается с увеличением радиочастот, на которых работает система. На наиболее высоких радиочастотах наблюдаются космические помехи, однако они имеют практическое значение только при очень большом усилении приемника и антенны.

Внутренние помехи. Внутренние помехи по своему характеру относятся к флуктуационным. Слово «флуктуация» означает случайные, беспорядочные изменения какой-либо физической величины относительно ее среднего значения. Флуктуационные радио-

помехи связаны с тепловым движением электронов в сопротивлениях, электронных лампах, антенне и проводниках схемы. Эти помехи существуют в виде очень коротких импульсов с большой и беспорядочной частотой следования. Их спектр, подобно белому свету, сплошной и имеет одинаковую плотность во всем радиочастотном диапазоне и даже за его пределами.

От флуктуационных помех, очевидно, полностью освободиться нельзя, так как для этого нужно прекратить тепловое движение. Сплошной спектр внутренних помех исключает возможность их полного подавления методом частотной избирательности. Имеющиеся средства повышения помехоустойчивости оцениваются так называемым *объемом сигнала*, равным произведению

$$V = \ln \frac{P_c}{P_n} \Delta F_{\text{сп}} T_n, \quad (11)$$

где P_c/P_n — отношение мощности сигнала P_c к мощности помех P_n ;

$\Delta F_{\text{сп}}$ — ширина спектра частот сигнала;

T_n — длительность наблюдения сигнала.

Рассмотрим множители, определяющие объем сигнала.

1. Отношение P_c/P_n может быть увеличено повышением мощности передатчика и улучшением направленности антенн, но это связано с дополнительной затратой энергии, увеличением габаритов и веса аппаратуры, что не всегда допустимо по условиям эксплуатации.

2. Увеличение объема сигнала путем расширения спектра его частот осуществляется применением соответствующей по виду модуляции. Например, широкополосная частотная модуляция обеспечивает большую помехоустойчивость, чем амплитудная модуляция. В этом можно убедиться на следующем примере.

Допустим, что радиосигнал немодулирован, т. е. имеет постоянную амплитуду U_{mc} и частоту f_0 , и, кроме того, существует помеха с меньшей амплитудой U_{mp} и частотой f_n (рис. 18). Когда $f_n > f_0$, вектор помехи вращается против часовой стрелки быстрее, чем вектор сигнала, а когда $f_n < f_0$, — вращается медленнее в том же направлении. Если вектор U_{mc} представить неподвижным (для этого плоскость рисунка мысленно вращаем вокруг точки O по часовой стрелке с частотой ω_0), то вектор помехи опишет окружность вокруг точки O' , ставшей неподвижной, а вектор результирующего напряжения U_{mp} будет качаться вокруг точки O .

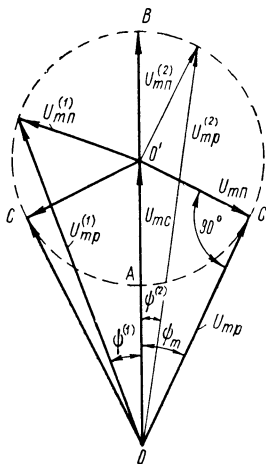


Рис. 18. Векторная диаграмма напряжений сигнала и помех.

В процессе качания изменяются длина и направление вектора $U_{m\text{p}}$. Например, когда $\vec{U}_{m\text{п}} = \vec{U}_{m\text{п}}^{(1)}$, результирующее напряжение $\vec{U}_{m\text{p}} = \vec{U}_{m\text{p}}^{(1)}$ по величине больше напряжения сигнала на $U_{m\text{p}}^{(1)}$ — $U_{m\text{с}}$ и по фазе опережает $U_{m\text{с}}$ на угол $\psi^{(1)}$. Когда же $\vec{U}_{m\text{п}} = \vec{U}_{m\text{п}}^{(2)}$, то результирующее напряжение еще больше по амплитуде ($U_{m\text{p}}^{(2)} > U_{m\text{п}}^{(1)}$), но отстает по фазе на угол $\psi^{(2)}$. В максимуме под влиянием помехи амплитуда изменяется от OO' до OB или до OA , т. е. на величину $OB = OA = U_{m\text{п}}$, фаза же изменяется на угол, равный

$$\psi_m = \arcsin \frac{O'C}{OO'} = \arcsin \frac{U_{m\text{п}}}{U_{m\text{с}}}.$$

Из этого следует, что помеха вызывает паразитную амплитудную и угловую модуляцию сигнала и этим затрудняет его безшибочный прием.

Приемник АМ сигналов, точнее — его амплитудный детектор, реагирует на отклонение амплитуды. Если коэффициент амплитудной модуляции $m = 1$, то приращение амплитуды, вызванное полезным сигналом, $\Delta U_m = U_{m\text{с}} = 1$, и для такого приемника отношение сигнал/помеха по напряжению равно $U_{m\text{с}}/U_{m\text{п}}$. Допустим, что $U_{m\text{п}} = 0,5U_{m\text{с}}$, тогда отношение сигнал/помеха равно 2/1.

Приемник ЧМ сигналов содержит два дополнительных каскада: ограничитель амплитуды и частотный детектор. Ограничитель «срезает» все отклонения амплитуды напряжения, вызванные помехами. Благодаря этому частотный детектор реагирует только на отклонения фазового угла. При $U_{m\text{п}} = 0,5U_{m\text{с}}$ помеха изменяет этот угол на

$$\psi_m = \arcsin \frac{U_{m\text{п}}}{U_{m\text{с}}} = \arcsin \left(\frac{1}{2} \right) = 30^\circ \approx 0,5 \text{ рад.}$$

При частотной модуляции фаза сигнала максимально отклоняется на угол, равный индексу модуляции M . Если $M = 20 \text{ рад}$, то для приемника ЧМ сигналов отношение

$$\frac{\text{сигнал}}{\text{помеха}} = \frac{M}{\psi_m} \approx \frac{20}{0,5} = \frac{40}{1},$$

т. е. в данном случае переход от амплитудной модуляции к частотной позволил увеличить отношение сигнал/помеха в 20 раз по напряжению и в $(20)^2 = 400$ раз по мощности.

Более точный анализ приводит к следующей формуле:

$$\left(\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}} \right)_{\text{чм}} = 3M^2 \left(\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}} \right)_{\text{ам}},$$

где $P_{\text{с}}$ и $P_{\text{п}}$ — средние мощности сигнала и помехи для приемников АМ и ЧМ сигналов;

M — индекс частотной модуляции, соответствующий максимальной частоте управляющего сигнала $F_{\text{мах}}$.

Если, например, девиация частоты $\Delta f_m = 100 \text{ кгц}$ и частота $F_{\max} = 5 \text{ кгц}$, то $M = 100/5 = 20$ и выигрыш в помехоустойчивости, обусловленный переходом от амплитудной модуляции к частотной, равен $3M^2 = 3 \cdot 20^2 = 1200$. Такой способ увеличения объема сигнала более экономичный, чем непосредственное повышение мощности сигнала, но он связан с уменьшением числа радиостанций, которые могут работать в данном диапазоне частот без перекрытия спектров.

3. Повышение помехоустойчивости путем увеличения длительности наблюдения сигнала реализуется методом накопления сигналов (накопитель энергии — конденсатор, потенциалоскоп и т. п. — вводится в радиоприемное устройство).

Предположим, что накапливаются радиотелеграфные сигналы. При наличии флуктуационных помех на радиосигнал накладываются беспорядочные пульсации, среднее значение которых равно нулю (рис. 19). В накопителе на-

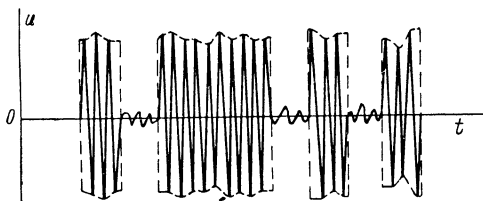


Рис 19. Форма радиотелеграфных сигналов, искаженных помехами.

пряжение сигнала и напряжение помех суммируются неодинаково. Если, например, в данном сигнале имеется n полных колебаний несущей частоты и в качестве единицы измерения принять результат накопления за один период, то можно сказать, что на накопителе напряжение сигнала возросло в n раз, а мощность его увеличилась в n^2 раз. Напряжение помех увеличивается на накопителе медленнее, ибо помехи изменяют свою амплитуду и фазу случайно и их среднее значение равно нулю. Можно доказать, что в данном случае напряжение помех возрастает лишь в \sqrt{n} , а мощность помех в $(\sqrt{n})^2$ раз, т. е. в итоге накопления отношение сигнал/помеха возросло в $n^2/n = n$ раз. Очевидно, что, чем больше n , т. е. чем больше длительность наблюдения сигнала T_n , тем больше помехоустойчивость. Однако увеличение T_n ограничивает количество информации, которое может быть передано в данный отрезок времени.

Из анализа формулы (11) следует, что объем сигнала может быть увеличен за счет любого из множителей этой формулы. В данном случае важна лишь величина произведения, определяющего объем сигнала. Однако любой способ увеличения объема сигнала ограничивается либо энергетическими затратами, либо увеличением габаритов и веса аппаратуры, либо сокращением числа одновременно работающих в данном диапазоне частот радиостанций или сокращением количества передаваемой информации.

§ 7. Краткие сведения из истории радиотехники

Наша страна — родина радио. Изобрел радио гениальный русский ученый Александр Степанович Попов. Этому изобретению предшествовали многолетние исследования физиков в области электромагнетизма.

В 1831 г. Михаил Фарадей открыл закон электромагнитной индукции и тем самым установил связь между электрическими и магнитными явлениями. Фарадей впервые высказал смелую для своего времени мысль, что в электромагнитных явлениях участвует промежуточная среда и поэтому электрические и магнитные возмущения передаются с конечной скоростью, зависящей от свойств среды.

Джеймс Кларк Максвелл в 1864 г. опубликовал разработанную им теорию электромагнитного поля. Эта теория блестяще подтвердила предположение Фарадея. Максвелл теоретически доказал, что свет имеет природу электромагнитных волн и различные виды излучений отличаются от оптического только частотой электромагнитных колебаний.

В 1886—1889 гг. Генрих Герц опытным путем получил электромагнитные волны и обнаружил их способность к отражению, преломлению и другие свойства, характерные для света. Таким образом, экспериментальным путем была доказана правильность теории Максвелла.

Идея практического применения электромагнитных волн для передачи сигналов была впервые высказана и осуществлена А. С. Поповым.

В возрасте двадцати трех лет А. С. Попов оканчивает физико-математический факультет Петербургского университета и начинает преподавательскую и научную работу в Кронштадтской минной школе. В распоряжении Попова был хороший физический кабинет, где он с большим мастерством проводил опыты, в том числе и направленные на создание «прибора, который заменил бы нам электромагнитные чувства». Такой прибор был изобретен А. С. Поповым и под названием «грозоотметчик» продемонстрирован 7 мая 1895 года на заседании Русского физико-химического общества. День 7 мая, по постановлению Советского правительства, объявлен Днем радио и отмечается ежегодно как выдающаяся дата в развитии человеческой культуры.

Грозоотметчик принимал электромагнитные волны, возникавшие в атмосфере на расстоянии до 30 км, и сигнализировал этим о приближении грозы. Передающее радиоустройство в данном случае было естественным. Приемное устройство содержало антенну, детектор типа так называемого когерера, выходной прибор в виде звонка с системой электромагнитных реле и источник питания.

Вслед за изобретением грозоотметчика А. С. Попов проводит опыты с «искусственным» передатчиком, содержащим искровой

генератор высокой частоты, и менее чем через год, в марте 1896 г., демонстрирует радиотелеграфную связь на расстоянии 250 м. В 1898 г. помощник А. С. Попова П. Н. Рыбкин обнаружил возможность приема радиотелеграфных сигналов на слух. Это позволило резко увеличить дальность радиосвязи.

Изобретатель прилагает много усилий для внедрения радио в морском флоте, но царские чиновники не оценили изобретение гениального соотечественника и не оказали ему необходимой помощи. Только острая необходимость заставила их использовать изобретение А. С. Попова. В 1899 г. броненосец «Генерал-адмирал Апраксин» сел на камни у острова Гогланд. Для снятия броненосца с камней необходимо было установить связь с ближайшим портом Котка, удаленным на 44 км от места аварии. В таких условиях радиосвязь была незаменимой. Она была установлена под руководством А. С. Попова и П. Н. Рыбкина и поддерживалась регулярно до конца спасательных работ. Символично, что первая радиোগрамма, переданная по этой первой в мире радиолинии, помогла спасти рыбаков, унесенных в море на льдине. Таким образом, уже на заре своего развития радио послужило гуманным целям.

Несмотря на блестящее подтверждение практического значения радио, оно и после этого не получило необходимой промышленной и лабораторной базы. Положение коренным образом изменилось только после Октябрьской социалистической революции.

В. И. Ленин сразу же оценил огромные возможности радио. По инициативе В. И. Ленина для концентрации всей научно-исследовательской и производственной деятельности советских радиоспециалистов в 1918 г. была создана Нижегородская радиолaborатория. В этой лаборатории работали выдающиеся ученые: М. А. Бонч-Бруевич, Д. А. Рожанский, В. П. Вологдин, В. К. Лебединский, В. В. Татаринов, А. Ф. Шорин, А. А. Пистолькорс и др. В лаборатории изыскивались эффективные методы генерирования высокочастотных колебаний; разрабатывались и совершенствовались приемно-усилительные электронные лампы, которые были изобретены ранее, в 1906 г. (что совершило переворот в радиотехнике); конструировались передатчики большой и малой мощности, ламповые радиоприемники, антенны для различных диапазонов радиочастот и решались другие актуальные проблемы радиотехники.

Нижегородская радиолaborатория положила начало строительству в СССР мощных радиостанций. В 1920 г. была построена Московская радиотелефонная станция, в 1922 г. вступила в строй первая радиовещательная станция мощностью 10 кВт, в 1927 г. — станция мощностью 40 кВт. В дальнейшем были построены станция на 100 кВт (1929 г.), станция на 500 кВт (1933 г.), сверхмощная радиовещательная станция и др. Советский Союз занимает первое место в Европе по мощности радиостанций.

За годы советской власти в нашей стране вступило в строй много предприятий радиотехнической промышленности и научно-исследовательских институтов радиотехнического профиля, радиовещание и телевидение достигли огромного размаха, радиотехника получила широкое применение для навигации в воздушном и морском флоте, для обнаружения оптически невидимых объектов, управления подвижными объектами и в радиоэлектронике (в ядерной физике, для закалки и плавки металлов, сушки древесины, в медицине и др.).

Подлинного триумфа советская радиотехника достигла в обеспечении полетов беспилотных ракет и ракет, пилотируемых космонавтами.

В настоящее время ученые нашей страны и за рубежом успешно совершенствуют радиоаппаратуру в направлении ее микроминиатюризации, повышения надежности, освоения сверхвысоких радиочастот и расширения областей применения радиотехники.



ГЛАВА I

ЭЛЕМЕНТЫ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

Курс «Основы радиотехники» для техникумов посвящен изучению линейных цепей, применяемых в радиотехнике. Линейные цепи бывают с сосредоточенными и распределенными параметрами. Сосредоточенность параметров означает, что в цепи можно четко разграничить элементы, которые обладают только индуктивностью L , емкостью C или активным сопротивлением R . Распределенность параметров означает, что каждый элементарный участок цепи обладает всеми перечисленными параметрами. В настоящем учебнике рассматриваются линейные цепи с сосредоточенными параметрами, а линейные цепи с распределенными параметрами изучаются во второй части курса.¹

Из цепей с сосредоточенными параметрами наибольшее применение в радиотехнике получили колебательные контуры. Каждый контур состоит из катушки индуктивности и конденсатора. Рассмотрим элементы колебательного контура.

§ 8. Контурные катушки индуктивности

Электрические параметры катушки индуктивности. Если мы подключим генератор, напряжение которого u_1 изменяется по гармоническому закону, к катушке индуктивности L (рис. 20, а), то в цепи возникнет синусоидальный ток

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (12)$$

Этот ток вызывает в катушке э. д. с. самоиндукции e_L , пропорциональную скорости изменения тока:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = -\omega L I_m \sin (\omega t + 90^\circ).$$

Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью и измеряется в генри, миллигенри, микрогенри и в сантиметрах, причем $1 \text{ гн} = 10^3 \text{ мген} = 10^6 \text{ мкген} = 10^9 \text{ см}$.

¹ См. Г. Б. Белоцерковский, Антенны, Оборонгиз, 1962.

По закону Ленца э. д. с. самоиндукции действует навстречу внешнему напряжению u_1 и всегда препятствует изменению основного тока. Но так как напряжение на генераторе u_1 является одновременно напряжением на индуктивности u_L , то

$$u_L = -e_L = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ), \quad (13)$$

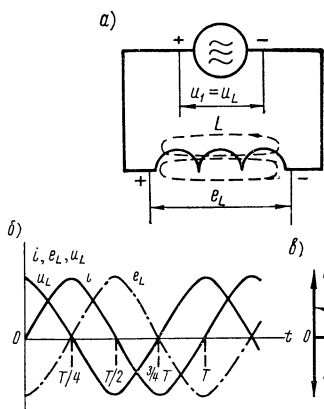
а амплитуда напряжения на индуктивности

$$U_{mL} = I_m \omega L.$$

Приведенным уравнениям мгновенных значений тока и напряжения (12) и (13) соответствуют комплексные выражения

$$a) \quad \dot{I} = I_m e^{j\omega t}; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_L &= I_m \omega L e^{j(\omega t + 90^\circ)} = \\ &= U_{mL} e^{j(\omega t + 90^\circ)}. \end{aligned} \quad (15)$$



Из формул (12)—(15) вытекают следующие выводы:

1. Ток в индуктивности отстает по фазе от ее напряжения на угол 90° (рис. 20, б, в). Наличие такого сдвига говорит о равенстве нулю средней мощности в цепи:

Рис. 20. Катушка индуктивности без потерь в цепи переменного тока.

$$P = \frac{U_{mL}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos 90^\circ = 0.$$

Физически это объясняется тем, что, когда ток в цепи нарастает, генератор отдает энергию магнитному полю катушки индуктивности, а когда ток уменьшается до нуля, то вся накопленная энергия магнитного поля возвращается генератору.

2. Если разделить амплитуду напряжения на индуктивности на амплитуду тока в цепи, то получим индуктивное сопротивление катушки

$$\frac{U_{mL}}{I_m} = \omega L,$$

а в комплексном виде

$$\frac{\dot{U}_L}{\dot{I}} = \frac{U_{mL} e^{j(\omega t + 90^\circ)}}{I_m e^{j\omega t}} = \omega L e^{j90^\circ} = j\omega L.$$

Физический смысл формулы индуктивного сопротивления заключается в том, что с увеличением частоты тока ω и индуктивности катушки L возрастает э. д. с. самоиндукции, и так как эта э. д. с. уменьшает ток, то получается эффект, равнозначный увеличению сопротивления цепи на $x_L = \omega L$.

Символ $j = e^{j \frac{\pi}{2}}$ указывает на реактивный (безваттный) характер этого сопротивления, поскольку индуктивный ток отстает по фазе от напряжения на 90° .

3. Приведенные соотношения справедливы только для идеальной индуктивности L , а в реальной катушке (рис. 21, а) имеют место потери энергии на нагрев проводов, излучение электромагнитных волн во внешнюю среду, а также потери в диэлектрике каркаса и в сердечнике. Все это учитывается введением в эквивалентную схему сопротивления потерь r_L (рис. 21, а). В полученной схеме напряжение генератора u_1 распределяется между L и r_L ; соответственно изменяется и векторная диаграмма (рис. 12, б).

Показателем потерь в катушке может служить тангенс угла потерь δ_L или обратная величина — *добротность* катушки Q_L :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_L &= \frac{u_r}{u_L} = \frac{I r_L}{I \omega L} = \frac{r_L}{\omega L}; \\ Q_L &= \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_L} = \frac{\omega L}{r_L}. \end{aligned} \quad (16)$$

Конструктивное выполнение контурных катушек индуктивности. Кон-

турные катушки, индуктивность которых не превышает 150—200 мкГн, выполняются одностойными (рис. 22, а). Намотка может быть произведена вплотную или с принудительным шагом. И в том и в другом случаях индуктивность катушки определяется по формуле

$$L = \frac{0,001 D \omega^2}{\frac{l}{D} + 0,44}, \quad (17)$$

где L — индуктивность катушки, мкГн;

D — средний диаметр намотки, мм;

ω — число витков;

l — длина намотки, мм.

Для повышения добротности катушки стремятся получить заданную индуктивность при наименьшей длине провода и минимальных потерях в каркасе и сердечнике. Это достигается рациональным выбором размеров D и l , введением соответствующих сердечников в катушки и применением в них каркасов из высококачественных диэлектриков (с малыми потерями). Наибольшая

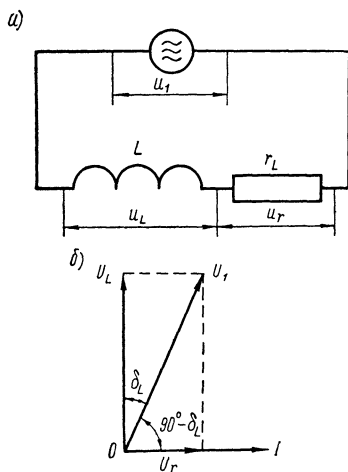


Рис 21. Реальная катушка индуктивности в цепи переменного тока.

добротность получается при отношении $D/l = 2,5$, но конструктивно удобнее иметь это отношение меньшим.

Материал сердечника должен обладать высокой магнитной проницаемостью, что позволяет сократить число витков катушки. Вместе с тем потери в сердечнике должны быть минимальными. Этим требованиям наиболее полно удовлетворяют сердечники, изготовленные из феррита, альсифера и карбонильного железа. Сердечники можно перемещать вдоль каркаса (по резьбе) для регулировки индуктивности катушек.

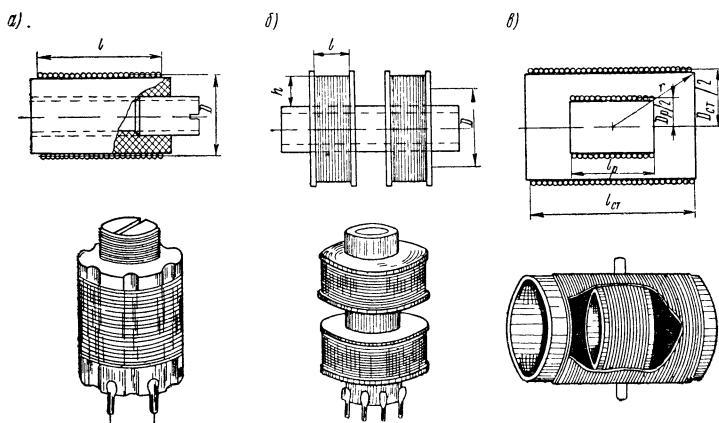


Рис. 22. Конструкции контурных катушек индуктивности.

Из материалов для изготовления каркасов наиболее пригодными оказались радиофарфор и высокочастотные пластмассы. Если допустима невысокая добротность катушки, то можно использовать гетинакс или прессшпан.

Многослойные катушки (рис. 22, б) из-за большого числа витков имеют подчас значительную паразитную емкость. Эту емкость снижают специальной намоткой, например «Универсаль», при которой различные витки располагаются под некоторым углом, зигзагообразно. Кроме того, катушки секционируют. Смещая вдоль каркаса одну секцию относительно другой, можно в небольших пределах изменять индуктивность катушки.

Ориентировочный расчет многослойной катушки любого вида намотки производится по формуле

$$L = \frac{0,008 D^2 \omega^2}{3D + 9l + 10h}, \quad (18)$$

где L — индуктивность катушки, мкГн;

D — средний диаметр намотки, мм;

ω — число витков катушки;

l — длина катушки, мм;

h — высота намотки, мм.

Контурные катушки обычно помещают в латунный или алюминиевый экран. В экране наводятся вихревые токи, которые несколько снижают индуктивность и добротность катушки. Поэтому в тех случаях, когда нет опасности возникновения паразитных связей между данной катушкой и другими цепями, от применения экранов отказываются.

С учетом всех потерь добротность контурных катушек индуктивности находится в пределах 30—300.

Некоторыми особенностями обладают катушки контуров высокочастотных генераторов радиопередатчиков. Ток в этих контурах велик, и потому намотка катушек производится проводом большого сечения с высокой проводимостью наружного слоя. (Обычно такие провода серебрятся.) Витки катушки укладываются на каркас не вплотную, а принудительным шагом.

Очень часто в передатчиках употребляют *вариометры* — переменные индуктивности, состоящие из неподвижной (статорной) катушки $L_{ст}$ и роторной L_p , которая вращается внутри статорной (рис. 22, в). Катушки могут соединяться последовательно и параллельно. При последовательном соединении индуктивность вариометра изменяется от минимальной

$$L_{min} = L_{ст} + L_p - 2M_{max} \quad (19)$$

до максимальной

$$L_{max} = L_{ст} + L_p + 2M_{max}. \quad (20)$$

Здесь максимальная взаимоиנדуктивность между катушками

$$M_{max} = 1,974 \frac{\left(\frac{D_p}{2}\right)^2 \omega_{ст} \omega_p}{r} 10^{-3} \text{ мкГн}, \quad (21)$$

где $\omega_{ст}$, ω_p — число витков катушек, размеры D_p и r показаны на рис. 22, в.

Взаимоиндуктивность M максимальна, т. е. равна M_{max} , и полностью прибавляется к индуктивности статорной и роторной катушек тогда, когда катушки находятся в одной плоскости и их токи совпадают по направлению. Если же роторную катушку повернуть на 180° , то взаимоиנדуктивность M_{max} вычитается из $L_{ст}$ и L_p и общая индуктивность получается минимальной.

§ 9. Контурные конденсаторы

Электрические параметры конденсаторов. Подключим к конденсатору, обладающему емкостью C (рис. 23, а), генератор синусоидального напряжения

$$u_1 = U_m \sin \omega t. \quad (22)$$

Поскольку конденсатор и генератор включены параллельно, напряжения на них одинаковые ($u_c = u_1$), и когда напряжение u_1

увеличивается, конденсатор заряжается током i генератора (рис. 23, б). Этот ток по мере заряда конденсатора уменьшается, потому что, когда синусоидальное напряжение приближается к максимуму, скорость увеличения его падает до нуля. Когда же напряжение $u_1 = u_c$ идет на убыль, генератор и конденсатор меняются ролями: разность потенциалов конденсатора, которую можно назвать э. д. с. емкости, вызывает ток, замыкающийся через генератор. Этот ток разряда конденсатора, как и зарядный ток, прямо пропорционален скорости изменения напряжения:

$$i = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{du_1}{dt} = CU_m \omega \cos \omega t = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (23)$$

Коэффициент пропорциональности C , называемый *емкостью*, измеряется в фарадах, мик-

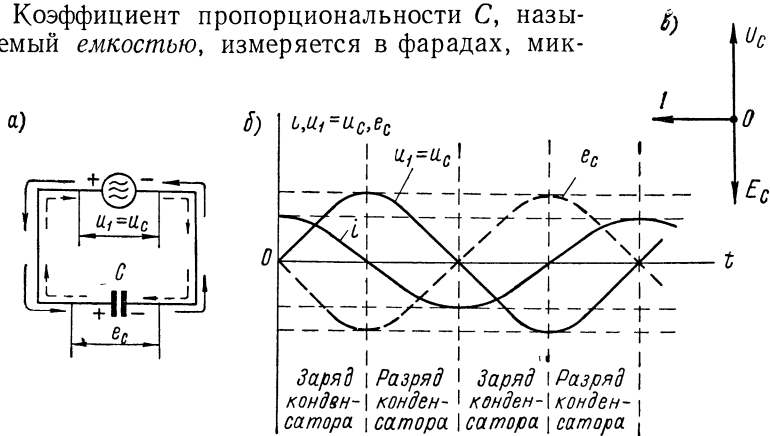


Рис. 23. Конденсаторы без потерь в цепи переменного тока

рофарадах, пикофарадах и сантиметрах ($1 \text{ ф} = 10^6 \text{ мкф} = 10^{12} \text{ нф} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}$).

Из формул (22) и (23) мгновенных значений емкостного напряжения и тока получаем следующие комплексные выражения:

$$\dot{U}_C = \dot{U}_1 = U_m e^{j\omega t}, \quad (24)$$

$$\dot{i} = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} e^{j(\omega t + 90^\circ)} = I_m e^{j(\omega t + 90^\circ)}. \quad (25)$$

На основании формул (22)—(25) делаем выводы:

1. Емкостный ток I опережает по фазе напряжение на конденсаторе U_c на угол $\varphi_c = 90^\circ$ (рис. 23, б, в). Если обозначить амплитуду напряжения на конденсаторе U_m , а амплитуду тока в цепи I_m , то мощность, поступающая от генератора, будет равна

$$P = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos 90^\circ = 0.$$

Во время заряда конденсатора генератор расходует мощность, а во время разряда вся накопленная в конденсаторе мощность возвращается в генератор. Этим и объясняется реактивный характер мощности.

2. Отношение амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде тока в цепи является емкостным сопротивлением конденсатора и определяется по формуле

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} = x_C$$

Природа этого сопротивления такова, что э. д. с. емкости, действуя навстречу напряжению генератора (конденсатора), уменьшает ток в цепи. Заметим, что такое встречное включение напряжения u_C и э. д. с. e_C конденсатора имеет место, несмотря на совпадение их полярности: напряжение u_C приложено извне к конденсатору (от источника питания) и вызывает ток в направлении, показанном на рис. 23, *а* сплошными стрелками, а э. д. с. емкости e_C возникает внутри конденсатора. Для нее внешней цепью является источник питания, и потому ток, обусловленный этой э. д. с., идет в обратном направлении (см. пунктирные стрелки). Сказанное в полной мере относится и к взаимодействию напряжения на катушке индуктивности и э. д. с. самоиндукции.

С увеличением емкости возрастает количество электричества, которым при данной амплитуде напряжения заряжается и разряжается конденсатор. Следовательно, растет ток в цепи. С повышением частоты ток также возрастает, вследствие увеличения числа зарядов и разрядов конденсатора в 1 сек. Этим объясняется, почему емкостное сопротивление конденсатора тем меньше, чем больше его емкость и частота тока ($x_C = 1/\omega C$).

Как следовало ожидать, при частоте ω , равной нулю, сопротивление x_C бесконечно, ибо постоянное напряжение все время уравновешивается равной э. д. с. емкости.

3. В реальный конденсатор, наряду с реактивной мощностью, поступает некоторая активная мощность, которая компенсирует потери в диэлектрике конденсатора и на активном сопротивлении его обкладок. Эти потери могут быть учтены с помощью активного сопротивления, которое по отношению к емкости C включается либо параллельно (R_C на рис. 24, *а*), либо последовательно (r_C на рис. 25, *а*). В первом случае ток генератора I_1 больше тока емкости без потерь $I_C = \frac{U_c}{\frac{1}{\omega C}}$ на величину тока в эквивалентном

сопротивлении потерь конденсатора $I_{RC} = U_C/R_C$, как показано на векторной диаграмме рис. 24, *б*. Вследствие этого сдвиг по фазе между током и напряжением генератора φ_C становится меньше 90° на величину угла потерь δ_C .

Тангенс этого угла равен

$$\operatorname{tg} \delta_C = \frac{I_{R_C}}{I_C} = \frac{U_C}{R_C} \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C R_C},$$

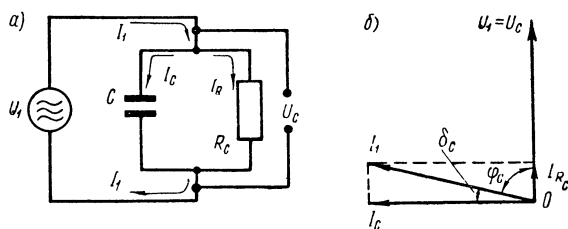


Рис. 24. Цепь конденсатора с потерями (а) и векторная диаграмма напряжений и тока в цепи (б).

а добротность конденсатора

$$Q_C = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_C} = \omega C R_C. \quad (26)$$

Классификация контурных конденсаторов. Различают конденсаторы постоянной и переменной емкости, а также полупеременные (подстроечные) конденсаторы. Последние отличаются от конденсаторов переменной емкости меньшими пределами изменения емкости и возможностью фиксации емкости после настройки и регулировки прибора.

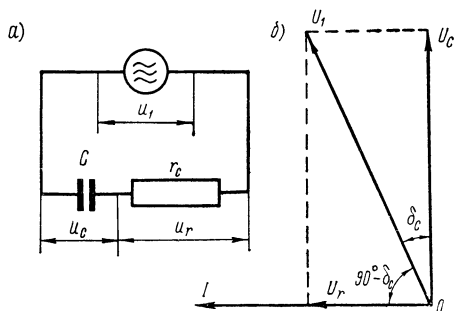


Рис. 25. Цепь конденсатора с потерями (а) и векторная диаграмма напряжений и тока в цепи (б).

обкладками a — в метрах и действующую площадь одной обкладки S — в квадратных метрах, то емкость конденсатора с двумя обкладками можно записать в виде

$$C = \frac{\varepsilon S}{a}.$$

Емкость конденсатора с N обкладками (рис. 26)

$$C = \frac{\varepsilon S (N - 1)}{a}.$$

Если же C выразить в пикофарадах, a — в миллиметрах, S — в квадратных миллиметрах и ϵ через диэлектрическую проницаемость воздуха ϵ_0 (ϵ/ϵ_0 — относительная проницаемость), то формула примет вид

$$C = \frac{0,009 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} S (N - 1)}{a}. \quad (27)$$

Из конденсаторов постоянной емкости в качестве контурных используют воздушные, слюдяные, пленочные и керамические. Другие типы конденсаторов для этой цели непригодны из-за их низкой добротности (бумажные имеют $\text{tg } \delta_c \approx 0,015$, а электролитические $0,15-0,2$).

В слюдяных конденсаторах диэлектриком служит высококачественная слюда ($\epsilon/\epsilon_0 = 6 \div 7$), а обкладками — листы фольги или тонкий слой серебра, нанесенный на пластины слюды методом распыления. В керамических конденсаторах диэлектриком является радиокерамика ($\epsilon/\epsilon_0 = 12 \div 150$), а обкладками — слой серебра, нанесенный на керамику методом вжигания. Для слюдяных конденсаторов $\text{tg } \delta_c \approx 0,001$, а для керамических $\text{tg } \delta_c \approx 0,001 \div 0,0015$. Сопротивление их изоляции (утечка) больше 10^{10} ом. Конденсаторы типов СГМ (слюдяные герметизированные малогабаритные), КСО (конденсаторы слюдяные опрессованные пластмассой), КТК (конденсаторы трубчатые керамические), КТМ (керамические трубчатые малогабаритные) и КДК (конденсаторы дисковые керамические) показаны на рис. 27.

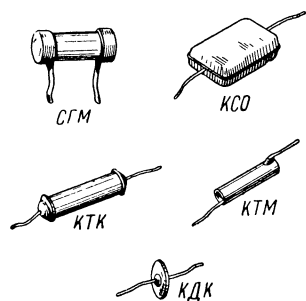


Рис. 27. Конденсаторы постоянной емкости.

Изменение емкости переменных конденсаторов происходит за счет изменения действующей поверхности их обкладок S [см. формулу (27)]. Конденсатор переменной емкости состоит из статорных пластин, прикрепленных к корпусу, и роторных пластин, закрепленных на оси (рис. 28, а). При повороте ротора его пластины входят в зазоры между статорными пластинами. Так как действующей является только та поверхность роторных пластин, которая введена в статор, то емкость конденсатора можно плавно изменять вращением оси ротора.

В радиоприемниках обычно используются блоки переменных конденсаторов, состоящие из нескольких секций; каждая из сек-

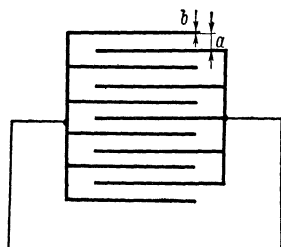


Рис. 26. Конденсатор, состоящий из N пластин, разделенных диэлектриком

a — расстояние между пластинами, b — толщина пластин.

ций включается в какой-нибудь колебательный контур. Такие блоки позволяют осуществить одноручечную настройку приемника. Основные качественные показатели блока: число секций, минимальная C_{\min} и максимальная C_{\max} емкости. Примерные данные типового блока переменных конденсаторов радиовещательного приемника: число секций — 3, $C_{\min} = 11 \text{ нф}$, $C_{\max} = 490 \text{ нф}$.

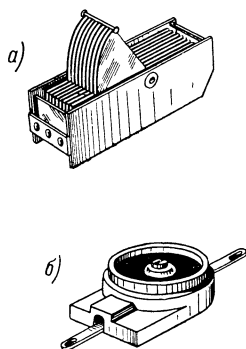


Рис. 28. Конденсатор переменной емкости (а) и полупеременный (подстроечный) конденсатор (б).

Существенное значение имеет профиль пластин ротора, от которого зависит закон изменения емкости. По форме профиля конденсаторы переменной емкости делятся на прямоемкостные, прямоволновые, прямочастотные и среднелинейные (логарифмические). В прямоемкостных конденсаторах радиус роторных пластин по всему профилю одинаковый, в связи с чем равное приращение угла поворота ротора вызывает равное приращение емкости. Для среднелинейных конденсаторов характерно постоянство относительного изменения емкости по всему диапазону. В этих конденсаторах поворот пластин на 1° вызывает тем большее приращение емкости, чем больше ее абсолютная величина. Такой закон изменения емкости удобен при соединении нескольких конденсаторов в один блок.

Отечественной промышленностью выполняются подстроечные конденсаторы марки КПК (конденсаторы подстроечные керамические, рис. 28, б). Статором в них служит керамическое основание, а ротором — керамический диск. Поверхности основания и диска, обращенные друг к другу, покрыты в некотором секторе тонким слоем серебра. Когда диск повернут относительно основания таким образом, что эти секторы полностью перекрываются, емкость конденсатора максимальна.

Показанный на рис. 28, б конденсатор КПК-1 обладает емкостью 2—7 нф либо 4—15, 6—25, 8—20 нф. Его $\text{tg } \delta_c < 0,002$, сопротивление изоляции больше 10^9 ом .

§ 10. Активное сопротивление контура

Активное сопротивление контура r характеризует суммарные потери энергии в контуре и состоит из эквивалентных сопротивлений потерь в катушке индуктивности (r_L), конденсаторе (r_C) и соединительных проводах.

Сопротивление потерь r зависит от частоты главным образом вследствие явления поверхностного эффекта.

Выделим в прямолинейном цилиндрическом проводе, длина которого l , а удельное сопротивление ρ , два кольца 1 и 2 разного диаметра, но одинакового сечения ΔS (рис. 29). Эти кольца, оче-

видно, имеют равное сопротивление постоянному току $\Delta r_0 = \varrho \frac{l}{\Delta S}$. Докажем, что для переменного тока сопротивления колец различны.

Магнитное поле реального проводника существует не только вне проводника, но и внутри его. Поэтому при переменном токе каждый элемент проводника пересекается линиями магнитного поля. Ясно, что кольцо 2 меньшего диаметра охватывается большим числом линий магнитного поля, чем кольцо 1. Значит, э. д. с. самоиндукции, пропорциональная скорости изменения магнитного потока, больше в кольце 2, нежели в кольце 1. Но поскольку

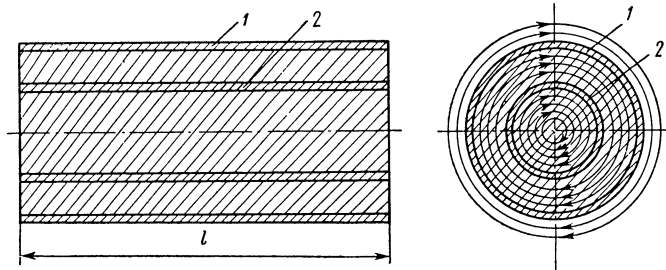


Рис. 29 К явлению поверхностного эффекта.

э. д. с. самоиндукции препятствует изменению тока, то величина его в кольце 1 больше, чем в кольце 2.

С ростом частоты э. д. с. самоиндукции возрастает и поверхностный эффект усиливается. На радиочастотах ток практически проходит только по наружной поверхности провода. В результате уменьшается действующая поверхность сечения ΔS , а это вызывает увеличение активного сопротивления провода. Значит, активное сопротивление проводящих элементов контура растет с частотой.

В контурных катушках активное сопротивление возрастает также за счет эффекта близости, сущность которого заключается в том, что в каждом витке катушки возникает э. д. с. самоиндукции не только под влиянием собственного магнитного поля, но и магнитных полей соседних витков. Это еще более нарушает равномерность распределения тока по сечению провода, точнее — большая часть тока проходит по той части поверхности провода, которая соприкасается с каркасом катушки, вследствие чего действующая поверхность сечения ΔS становится еще меньше и активное сопротивление катушки возрастает.

Одновременно с частотой возрастают и другие виды потерь в контуре: на излучение электромагнитных волн, в диэлектрике конденсатора и в каркасе катушки индуктивности.

Иногда возникает необходимость искусственно увеличить эквивалентное сопротивление потерь в контуре. Поскольку в последовательном соединении с L и C контура сопротивление потерь мало

и конструктивно трудно выполнимо, то предпочитают заменить его активным сопротивлением $R_{ш}$, которое включается параллельно контуру L , C , r_L , r_C (рис. 30, а). На практике $r_L \ll X_L = \omega L$ и $r_C \ll X_C = 1/\omega C$. Это позволяет считать активное сопротивление $R_{ш}$ включенным параллельно реактивному сопротивлению X_L или X_C .

Установим соотношение между параллельно соединенными X_L и $R_{ш}$ (рис. 30, б) и последовательно включенными x_L и $r_{ш}$ (рис. 30, в). Обе схемы эквивалентны, если они имеют одинаковую проводимость

между точками c и d . Общая проводимость параллельного соединения равна $\frac{1}{R_{ш}} + \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{R_{ш}} - j\frac{1}{X_L}$, а проводимость последовательного соединения равна $\frac{1}{r_{шL} + jx_L}$. Поэтому

$$\frac{1}{R_{ш}} - j\frac{1}{X_L} = \frac{1}{r_{шL} + jx_L}.$$

Умножив числитель и знаменатель правой части равенства на сопряженное комплексное число знаменателя, получим

$$\frac{1}{R_{ш}} - j\frac{1}{X_L} = \frac{r_{шL}}{r_{шL}^2 + x_L^2} - j\frac{x_L}{r_{шL}^2 + x_L^2}.$$

Рис. 30. Шунтирование контура активным сопротивлением

Приравняем отдельно вещественную и мнимую части равенств:

$$\frac{1}{R_{ш}} = \frac{r_{шL}}{r_{шL}^2 + x_L^2}; \quad \frac{1}{X_L} = \frac{x_L}{r_{шL}^2 + x_L^2}.$$

Имея в виду, что $r_{шL} \ll x_L$, пренебрегаем сопротивлением $r_{шL}$ по сравнению с x_L , тогда

$$R_{ш} = \frac{r_{шL}^2 + x_L^2}{r_{шL}} \approx \frac{x_L^2}{r_{шL}}; \quad (28)$$

$$X_L = \frac{r_{шL}^2 + x_L^2}{x_L} \approx \frac{x_L^2}{x_L} = x_L. \quad (28')$$

Отсюда следует, что при переходе от параллельного соединения к последовательному реактивное сопротивление можно считать неизменным, а активное сопротивление изменяющимся согласно выражению (28). На основании полученных соотношений исключаем из схемы колебательного контура активное сопротивление шунта $R_{ш}$; вместо него к сопротивлению r_L прибавляем $r_{шL}$ или к сопротивлению r_C прибавляем $r_{шC}$. Полученная схема показана на рис. 30, г.

Необходимо обратить внимание на то, что, чем больше активное сопротивление $R_{\text{ш}}$ в параллельном соединении, тем меньше оно в последовательном соединении, ибо через большее сопротивление $R_{\text{ш}}$ ответвляется меньший ток и потери в контуре ($r_{\text{ш}}L$, $r_{\text{ш}}C$) снижаются.

Формулы (28) и (28') широко используются в радиотехнике. В частности, из этих формул следует, что между сопротивлениями эквивалентных потерь в конденсаторе, вычисленными исходя из параллельного (R_C) и последовательного (r_C) соединения их с емкостью C , существует зависимость

$$R_C = \frac{(1|\omega C)^2}{r_C}.$$

Полученная зависимость позволяет представить выражение (26) добротности конденсатора в таком виде:

$$Q_C = R_C \omega C = \frac{\omega C}{\omega^2 C^2 r_C} = \frac{1}{\omega C r_C}. \quad (29)$$

=====

ГЛАВА II

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В КОНТУРЕ

§ 11. Свободные колебания в идеальном контуре

Идеальным контуром считается замкнутая цепь из индуктивности и емкости, в которых отсутствуют потери энергии.

Чтобы зарядить конденсатор идеального контура до напряжения источника U_m , ставим переключатель Π в положение 1 (рис. 31, а). Верхняя (по схеме) обкладка конденсатора получает положительный заряд, а нижняя — отрицательный; энергия электрического поля между обкладками конденсатора достигает вели-

$$чины \quad W_C = \frac{CU_m^2}{2}.$$

Начинаем отсчет времени от момента $t = 0$ (рис. 31, б), когда переключатель Π занимает положение 2. В образовавшемся контуре конденсатор играет роль источника э. д. с. (рис. 31, в). По условно принятому закону электротехники положительные заряды источника э. д. с. образуют через индуктивность ток, направленный от верхней обкладки конденсатора к нижней (в действительности ток разряда конденсатора обусловлен движением электронов, которые во внешней цепи направлены от нижней обкладки конденсатора к верхней). По мере разряда конденсатора ($t = 0 \div t_1$ на рис. 31, б) напряжение на нем падает от $u = U_m$ до $u = 0$, а ток в цепи возрастает от $i = 0$ до $i = I_m$.

Этот процесс не происходит мгновенно, потому что э. д. с. самоиндукции препятствует нарастанию тока. К концу разряда конденсатора контур находится в таком состоянии: напряженность электрического поля конденсатора, так же как напряжение на нем, равна (равно) нулю, а магнитное поле, поскольку оно пропорционально току, максимально и обладает энергией $W_L = \frac{LI_m^2}{2}$.

Теперь ток должен прекратиться ($u = 0$), а с ним должно исчезнуть и магнитное поле, но исчезающее магнитное поле наводит в катушке индуктивности э. д. с. самоиндукции, которая препятствует понижению тока и поддерживает его в том же направлении. Этим током заряжается конденсатор, и согласно

направлению зарядного тока нижняя обкладка получает положительный заряд, а верхняя — отрицательный (рис. 31, а). Заряд конденсатора длится такое же время ($t_1 - t_2$ на рис. 31, б), что и разряд. Заряд заканчивается, когда ток становится равным нулю ($i = 0$). В этот момент напряжение на конденсаторе максимально ($u = -U_m$). Следовательно, в отрезок времени $t_1 - t_2$ энергия магнитного поля полностью преобразовалась в энергию электрического поля $W_C = \frac{CU_m^2}{2}$.

Конденсатор опять стал источником э. д. с. (рис. 31, в), но так как полярность его напряжения обратная по сравнению с полярностью в момент $t = 0$, то и вызванный им ток имеет обратное направление. Максимум тока ($i = -I_m$) наступает при полном разряде конденсатора ($u = 0$). К этому моменту ($t = t_3$ на рис. 31, б) энергия электрического поля полностью преобразовалась в энергию магнитного поля. Следующее преобразование энергии — тоже обратное — происходит за время $t_3 - t_4$, когда ток уменьшается до нуля, и этим током заряжается конденсатор до максимального напряжения $u = U_m$.

При $t = t_4$ схема находится в исходном состоянии и описанный процесс может неограниченно повторяться, т. е. напряжение и ток в идеальном контуре изменяются по гармоническому закону:

$$u = U_m \cos \omega_0 t = U_m \sin (\omega_0 t + 90^\circ);$$

$$i = I_m \sin \omega_0 t,$$

где u, i — мгновенные значения напряжения и тока;
 U_m, I_m — амплитудные значения напряжения и тока;
 ω_0 — угловая частота напряжения и тока.

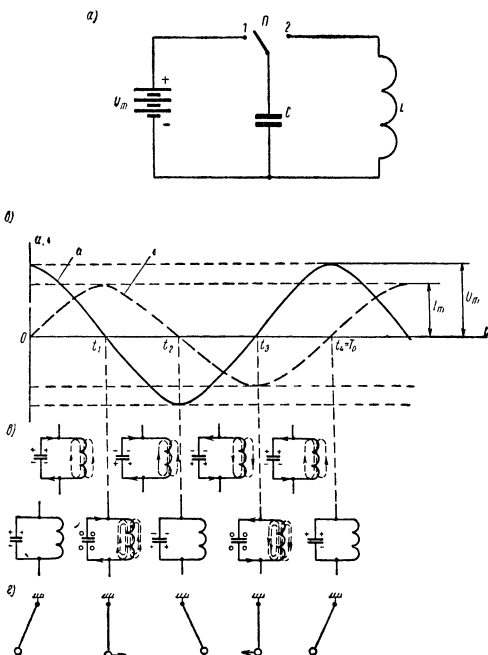


Рис. 31. Принципиальная схема для получения свободных колебаний в контуре без потерь, напряжение и ток в этом контуре и электромеханические аналогии свободных колебаний.

Период описанного изменения напряжения и тока равен $T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$, а отрезки времени $0-t_1 = t_1-t_2 = t_2-t_3 = t_3-t_4$ составляют одну четверть этого периода.

Характерно, что напряжение и ток в контуре без потерь сдвинуты по фазе на 90° . Это согласуется с реактивным характером мощностей в элементах L и C контура. Если бы в контуре выделялась активная мощность, то получить непрерывный синусоидальный ток без источника питания было бы невозможно.

Энергия электрического поля является потенциальной, доказательством чего может служить то, что заряженный конденсатор способен вызвать ток. Энергия магнитного поля кинетическая, поскольку магнитное поле возбуждается током, т. е. движением зарядов. Значит, в данном случае потенциальная энергия преобразуется в кинетическую и обратно.

Аналогичный процесс происходит при свободных колебаниях маятника без потерь (рис. 31, z). Отведем его из положения покоя в крайнее положение и освободим. За счет полученной потенциальной энергии маятник придет в колебательное движение. Нижнее положение маятник проходит с максимальной скоростью, т. е. при максимальной кинетической энергии и нулевой потенциальной энергии. В другом крайнем положении маятника его скорость и кинетическая энергия равны нулю, а потенциальная максимальна и т. д.

На рис. 31, $b-z$ показано, какому состоянию контура соответствуют различные положения маятника, совершающего свободные колебания. Рассмотренные выше процессы в контуре по аналогии с маятником называют *свободными*, или *собственными*, *электрическими колебаниями*, а сам контур — *колебательным*.

§ 12. Свойства свободных колебаний в идеальном контуре

Свободные колебания в идеальном контуре характеризуются следующими свойствами.

1. В связи с тем, что в контуре без потерь сохраняется энергия, амплитуда свободных колебаний в нем остается постоянной и эти колебания имеют незатухающий характер.

2. Из равенства энергии электрического и магнитного полей

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \quad (30)$$

и формулы амплитуды напряжения на конденсаторе $U_m = \frac{I_m}{\omega_0 C}$ следует, что

$$\frac{CI_m^2}{2\omega_0^2 C^2} = \frac{LI_m^2}{2},$$

отсюда

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC},$$

а

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (31)$$

Из формулы следует, что частота свободных колебаний, называемая *собственной частотой контура*, зависит только от параметров контура L и C . Чем больше индуктивность контура, тем больше э. д. с. самоиндукции, и так как эта э. д. с. замедляет процесс изменения тока в контуре, то с ростом L частота свободных колебаний понижается. С увеличением емкости контура увеличивается время на заряд и разряд конденсатора, и по этой причине собственная частота контура также уменьшается.

3. Если в выражение для реактивных сопротивлений элементов контура $x_L = \omega_0 L$ и $x_C = 1/\omega_0 C$ подставить формулу (31), то получим

$$x_L = \omega_0 L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$x_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Величина $\sqrt{L/C}$ имеет размерность сопротивления и называется характеристическим, или волновым, сопротивлением контура и обозначается буквой ϱ . Если в формуле $\varrho = \sqrt{L/C}$ индуктивность выражена в генри, емкость — в фарадах, то волновое сопротивление будет выражено в омах. Если же L выражено в микрогенри, C — в пикофарадах, то ϱ будет выражено в килоомах.

Итак, при свободных колебаниях в контуре его индуктивное и емкостное сопротивления порознь равны характеристическому сопротивлению контура:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \varrho. \quad (32)$$

4. Из равенства (30) находим, что

$$\frac{U_m}{I_m} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \varrho,$$

т. е. характеристическое сопротивление определяет отношение амплитуды напряжения на элементе L или C контура к амплитуде тока в контуре при свободных колебаниях в нем.

§ 13. Частота, период и длина волны свободных колебаний

На основании формулы (31) определяем собственную частоту контура в герцах:

$$f_0 (\text{Гц}) = \frac{\omega_0 (\text{рад/сек})}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L (\text{гн}) C (\text{ф})}}.$$

Отсюда период свободных колебаний, выраженный в секундах, равен

$$T_0 (\text{сек.}) = \frac{1}{f_0 (\text{Гц})} = 2\pi \sqrt{L (\text{гн}) C (\text{ф})}.$$

Если колебания, полученные в контуре, передать в антенну, то в пространстве, окружающем антенну, возникнут электромагнитные волны, которые распространяются со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/сек.}$ Расстояние, на которое распространяется электромагнитная волна за один период колебаний, называется *длиной волны* λ :

$$\lambda (\text{м}) = c (\text{м/сек}) T (\text{сек.}) = \frac{c (\text{м/сек})}{f (\text{Гц})} = \frac{3 \cdot 10^8}{f (\text{Гц})}.$$

Если частоту f выразить в мегагерцах, эта формула примет вид, более удобный для запоминания:

$$\lambda (\text{м}) = \frac{3 \cdot 10^8}{f (\text{МГц}) 10^6} = \frac{300}{f (\text{МГц})},$$

или

$$\lambda (\text{м}) f (\text{МГц}) = 300. \quad (33)$$

Собственной частоте контура соответствует собственная длина волны λ_0 , которая связана с параметрами L и C следующей зависимостью:

$$\begin{aligned} \lambda_0 (\text{м}) &= c (\text{м/сек}) T_0 (\text{сек.}) = 3 \cdot 10^8 \cdot 2\pi \sqrt{L (\text{гн}) C (\text{ф})} = \\ &= 18,8 \cdot 10^8 \sqrt{L (\text{гн}) C (\text{ф})}. \end{aligned}$$

Обычно индуктивность L выражают в микрогенри, а емкость C — в пикофарадах. В этом случае

$$\begin{aligned} \lambda_0 (\text{м}) &= 18,8 \cdot 10^8 \sqrt{L (\text{гн}) C (\text{ф})} = 18,8 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{L (\text{мкгн})}{10^6} \cdot \frac{C (\text{пф})}{10^{12}}} = \\ &= 1,88 \sqrt{L (\text{мкгн}) C (\text{пф})}. \end{aligned} \quad (34)$$

Для практических расчетов могут быть полезны также формулы, связывающие реактивные сопротивления контура с его собственной длиной волны. Имея в виду, что

$$\omega_0 (\text{рад/сек}) = 2\pi f_0 (\text{Гц}) = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda_0 (\text{м})} = \frac{18,8 \cdot 10^8}{\lambda_0 (\text{м})},$$

получаем

$$x_L (\text{ом}) = \omega_0 (\text{рад/сек}) L (\text{гн}) = \frac{18,8 \cdot 10^8 L (\text{мкгн})}{\lambda_0 (\text{м}) 10^6} = \frac{1880 L (\text{мкгн})}{\lambda_0 (\text{м})}; \quad (35)$$

$$x_C (\text{ом}) = \frac{1}{\omega_0 (\text{рад/сек}) C (\text{ф})} = \frac{\lambda_0 (\text{м}) 10^{12}}{18,8 \cdot 10^8 C (\text{нф})} = \frac{530 \lambda_0 (\text{м})}{C (\text{нф})}. \quad (36)$$

§ 14. Свободные колебания в реальном контуре

Эквивалентная схема реального контура (рис. 32) содержит индуктивность L , емкость C и активное сопротивление r , которое равно сумме эквивалентных сопротивлений потерь в индуктивности (r_L) и емкости (r_C). Свободные колебания в реальном и идеальном контурах, имеющих одинаковые L и C , весьма незначительно отличаются по частоте и существенно отличаются по закону изменения амплитуды. Причиной этого является влияние активного сопротивления r . В реальном контуре преобразование реактивной энергии (электрической в магнитную и обратно) сопровождается потерями на сопротивлении r , вследствие чего амплитуда колебаний уменьшается от периода к периоду, или, как говорят, свободные колебания в реальном контуре имеют *затухающий характер*.

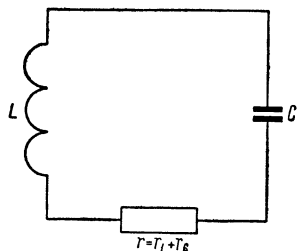


Рис. 32 Эквивалентная схема реального колебательного контура

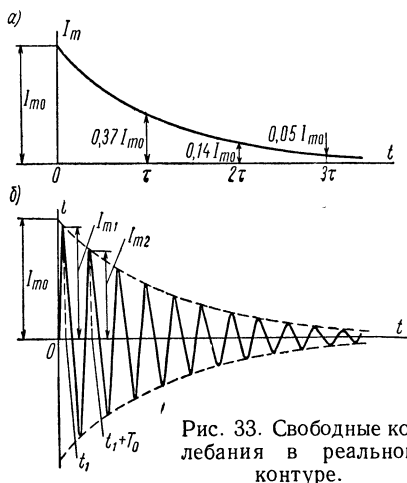


Рис. 33. Свободные колебания в реальном контуре.

Колебания затухают неравномерно, с замедлением от их начала к концу, потому что, чем меньше амплитуда контурного тока I_m , тем меньше и мощность

$$\text{потерь в контуре } P_r = \frac{I_m^2 r}{2}.$$

Точнее, скорость уменьшения амплитуды тока прямо пропорциональна этой амплитуде I_m в данный момент времени t . Такая зависимость называется *экспоненциальной* (рис. 33, а) и выражается известным из курса электротехники уравнением

$$I_m = I_{m0} e^{-t/\tau_{\text{ц}}}, \quad (37)$$

где I_{m0} — амплитуда тока в начале отсчета времени ($t = 0$); $\tau_{\text{ц}} = 2L/r$ — постоянная времени цепи.

Если в уравнение (37) подставить $t = \tau_{\text{ц}}$, то получим

$$I_m = \frac{I_{m0}}{e} = 0,3679 I_{m0} \approx 0,37 I_{m0}.$$

Следовательно, постоянная времени цепи численно равна времени, в течение которого амплитуда тока уменьшается на 63% от своего начального значения. За время $\tau_{\text{ц}} - 2\tau_{\text{ц}}$ амплитуда тока падает до $0,37 (0,37 I_{m0}) = 0,14 I_{m0}$, за время $2\tau_{\text{ц}} - 3\tau_{\text{ц}}$ — до $0,37 (0,14 I_{m0}) = 0,05 I_{m0}$ и т. д. Таким образом, подтверждается, что при экспоненциальной зависимости I_m от t уменьшение амплитуды тока с течением времени замедляется.

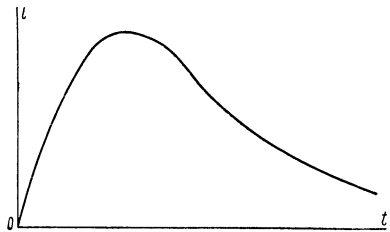


Рис 34. Ток в контуре при апериодическом разряде конденсатора.

В идеальном контуре $r = 0$ и $\tau_{\text{ц}} = 2L/r = \infty$, т. е. амплитуда тока сколь угодно долго остается без изменения. По мере увеличения активного сопротивления контура постоянная времени цепи уменьшается и свободные колебания в контуре затухают быстрее.

Поскольку активное сопротивление контура влияет на происходящий в нем процесс преобразования энергии, то от сопротивления r в какой-то мере зависит и собственная частота реального контура:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{\tau_{\text{ц}}^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 - \frac{r^2 C}{4L}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 - \frac{r^2}{4Q^2}\right)}. \end{aligned} \quad (38)$$

Обычно r исчисляется несколькими, а Q — сотнями омов. Следовательно, $r^2/4Q^2 \ll 1$, и в большинстве случаев собственную частоту реального контура можно рассчитывать, как и для идеального контура:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

С учетом выражения (37) составляем уравнение мгновенного значения тока при свободных колебаниях в реальном контуре (рис. 33, б):

$$i = I_m \sin \omega_0 t = I_{m0} e^{-t/\tau_{\text{ц}}} \sin \omega_0 t. \quad (39)$$

Это уравнение справедливо, когда $r < 2Q$. Если же $r > 2Q$, то подкоренное выражение в формуле (38) отрицательное и собственная частота контура оказывается мнимой величиной. Физически это означает, что потери в контуре настолько велики, что перезаряд конденсатора становится невозможным и разряд конденсатора

носит аperiодический характер (рис. 34). Переход от колебательного разряда к аperiодическому совершается при критическом затухании, которое соответствует равенству $r = 2\rho$.

§ 15. Коэффициенты, характеризующие затухание свободных колебаний в контуре

Для характеристики скорости затухания свободных колебаний в контуре пользуются не только постоянной времени $\tau_{\text{ц}}$, но и логарифмическим декрементом затухания ϑ , затуханием d и добротностью контура Q .

Логарифмический декремент затухания — натуральный логарифм отношения амплитуды тока I_{m1} в какой-то момент времени t_1 к амплитуде тока I_{m2} через один период свободных колебаний T_0 (рис. 33, б). Согласно этому определению и формуле (37)

$$\vartheta = \ln \frac{I_{m1}}{I_{m2}} = \ln \frac{I_{m0} e^{-t_1/\tau_{\text{ц}}}}{I_{m0} e^{-\frac{t_1 - t_1 - T_0}{\tau_{\text{ц}}}}} = \ln e^{\frac{T_0}{\tau_{\text{ц}}}} = \frac{T_0}{\tau_{\text{ц}}}.$$

Так как $\tau_{\text{ц}} = 2L/r$, а $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, то

$$\vartheta = \frac{2\pi\sqrt{LC}r}{2L} = \pi r \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\pi r}{\varrho}.$$

Затухание контура d — понятие, аналогичное логарифмическому декременту ϑ . Отличаются они тем, что d меньше ϑ в π раз:

$$d = \frac{\vartheta}{\pi} = \frac{r}{\varrho}.$$

Добротность контура Q — величина, обратная затуханию:

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\varrho}{r}.$$

Так как скорость затухания свободных колебаний в контуре тем выше, чем больше логарифмический декремент затухания и затухание и чем меньше добротность контура, то для замедления затухания нужно стремиться к уменьшению сопротивления потерь r и к увеличению характеристического сопротивления контура ϱ .

Учитывая формулы (16) и (29), а также равенства $r = r_L + r_C$ и $\varrho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, получим

$$Q = \frac{\varrho}{r_L + r_C} = \frac{1}{\frac{r_L}{\varrho} + \frac{r_C}{\varrho}} = \frac{1}{\frac{r_L}{\omega_0 L} + \omega_0 C r_C} = \frac{1}{\frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}}.$$

Как и следовало ожидать, добротность контура тем выше, чем больше добротности его элементов: катушки индуктивности и конденсатора. Добротность контура без потерь $Q = \infty$, добротность контуров, применяемых на практике, не превышает 300.

ГЛАВА III

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

§ 16. Общие сведения

В радиотехнике преимущественно используются незатухающие колебания высокой частоты. Чтобы получить такие колебания в контуре, необходимо включить в него источник э. д. с., который к началу каждого периода восполнял бы потери энергии, происходящие на активном сопротивлении контура. Если источник э. д. с. соединяется последовательно с индуктивностью и емкостью, то такая цепь называется *контуром с последовательно включенной э. д. с.*, или кратко *последовательным контуром*.

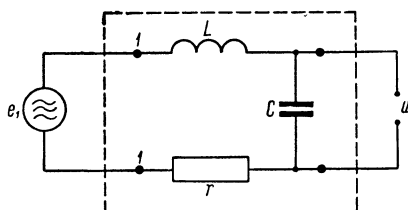


Рис. 35. Последовательный колебательный контур.

Представим этот контур в виде четырехполюсника, входные зажимы которого подведены к источнику э. д. с. e_1 , а выходное напряжение u_2 снимается с емкости C или индуктивности L контура (рис. 35). Обычно последовательный контур питается источником с малым внутренним сопротивлением. Поэтому сопротивление источника либо будем считать равным нулю, либо отнесем его к активному сопротивлению контура r .

Подключим к контуру источник синусоидальной э. д. с. e_1 с амплитудой E_m и частотой ω (рис. 36, а):

$$e_1 = E_m \sin \omega t.$$

Из курса электротехники известно, что вслед за включением источника наступает переходный режим, во время которого в контуре происходят вынужденные колебания с частотой ω питающего генератора и свободные колебания с собственной частотой контура ω_0 . Допустим, что частоты ω и ω_0 равны. В таком случае ток

вынужденных колебаний (рис. 36, б) будет выражаться тем же законом, что и э. д. с. e_1 :

$$i_B = I_{m0} \sin \omega_0 t;$$

ток свободных колебаний (рис. 36, в) будет затухать в соответствии с уравнением (39):

$$i_{св} = -I_{m0} e^{-t/\tau_u} \sin \omega_0 t.$$

Знак минус перед правой частью равенства обусловлен тем, что свободные колебания препятствуют нарастанию амплитуды колебаний за счет возникающих в контуре э. д. с. самоиндукции и емкости. Мгновенное значение результирующего тока (рис. 36, е) равно

$$i = i_B + i_{св} = [I_{m0} \times \\ \times (1 - e^{-t/\tau_u})] \sin \omega_0 t.$$

Выражение в квадратных скобках показывает, что амплитуда результирующего тока $I_m = I_{m0} (1 - e^{-t/\tau_u})$ возрастает по экспоненциальному закону. Подставив в это выражение значение $t = 3\tau_u$, а затем $t = 5\tau_u$, получим соответственно $I_m = 0,95 I_{m0}$ и $I_m = 0,99 I_{m0}$, т. е. через время $3\tau_u - 5\tau_u$ переходный процесс можно считать законченным.

При выключении э. д. с. e_1 вынужденные колебания прекращаются, но возникают свободные колебания с частотой ω_0 (на рис. 36 показано, что эти колебания начинаются в момент времени t_1 , когда ток в контуре максимален). Свободные колебания и здесь практически полностью затухают через время $(3-5) \tau_u$.

Пример 1 Определить длительность переходного процесса в последовательном контуре, имеющем собственную частоту $f_0 = 3 \text{ МГц}$, емкость $C = 100 \text{ пФ}$ и добротность $Q = 100$.

1. Индуктивность контура с учетом $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$ равна

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 10^{12} \cdot 100 \cdot 10^{-12}} = 28 \cdot 10^{-6} \text{ гн} = 28 \text{ мкгн.}$$

2. Характеристическое сопротивление контура

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-12}}} = 530 \text{ ом.}$$

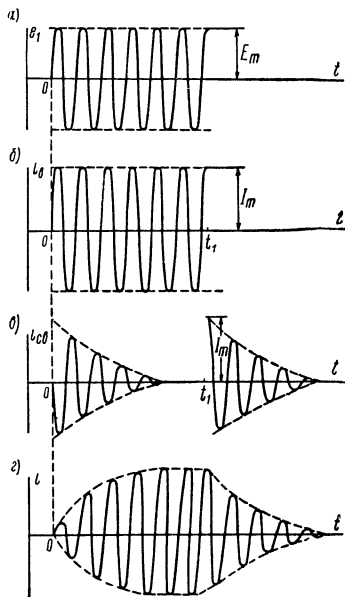


Рис. 36. Переходные процессы в колебательном контуре.

3. Активное сопротивление контура

$$r = \frac{Q}{Q} = \frac{530}{100} = 5,3 \text{ ом}$$

4. Длительность переходного процесса в контуре

$$t_{\text{прх}} = (3 \div 5) \tau_{\text{ц}} = \frac{(6 \div 10) L}{r} = \frac{(6 \div 10) 28 \cdot 10^{-6}}{5,3} = (32 \div 53) 10^{-6} \text{ сек} = \\ = (32 \div 53) \text{ мксек.}$$

Как видно из примера, свободные колебания в контуре прекращаются очень быстро и после этого частота колебаний не зависит от собственной частоты контура ω_0 ; от частоты ω_0 (т. е. от L и C) зависит лишь амплитуда тока в контуре.

В соответствии с действительной частотой вынужденных колебаний ω реактивная составляющая входного сопротивления контура (между точками 1—1 на рис. 35)

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C},$$

а его полное входное сопротивление

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Это сопротивление в общем случае имеет комплексный характер. Отношение реактивной составляющей к активной составляющей входного сопротивления контура равно тангенсу угла сдвига фазы э. д. с. генератора относительно его тока:

$$\text{tg } \varphi_{\text{вх}} = \frac{x}{r} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}.$$

Угол $\varphi_{\text{вх}} > 0$, когда э. д. с. генератора опережает по фазе его ток. Если наблюдается обратный сдвиг по фазе, то $\varphi_{\text{вх}} < 0$.

§ 17. Резонанс в последовательном контуре

Резонансом в любом контуре, в том числе и в последовательном, называется такое явление, при котором реактивная составляющая входного сопротивления контура равна нулю и контур представляет для генератора чисто активную нагрузку.

Из этого вытекают следующие свойства резонанса в последовательном контуре:

1. При резонансе $x = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, поэтому $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ и частота генератора

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0,$$

т. е. резонанс в последовательном контуре происходит при частоте генератора ω , равной собственной частоте контура ω_0 .

2. Из равенства $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ при частоте $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ следует, что

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \varrho. \quad (40)$$

Таким образом, при резонансе индуктивное и емкостное сопротивления контура порознь равны его характеристическому сопротивлению.

3. Так как при резонансе входное сопротивление контура равно $z_{\text{вх}} = \sqrt{r^2 + x^2} = r$, между амплитудными значениями э. д. с. E_{m1} и тока генератора I_{m1} , являющегося одновременно током контура I_{mk} , существует зависимость

$$I_{m1} = I_{mk} = \frac{E_{m1}}{z_{\text{вх}}} = \frac{E_{m1}}{r}. \quad (41)$$

4. Если $x = 0$, то

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{вх}} = \frac{x}{r} = 0 \text{ и } \varphi_{\text{вх}} = 0.$$

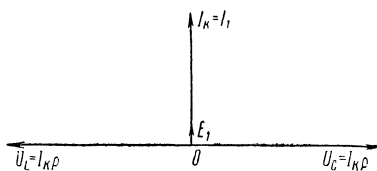


Рис 37. Векторная диаграмма напряжений и токов при резонансе в последовательном колебательном контуре.

Вывод: при резонансе ток и э. д. с. генератора совпадают по фазе.

5. По формулам (40) и (41) устанавливаем соотношение между амплитудами напряжений на индуктивности U_{mL} , емкости U_{mC} и э. д. с. генератора E_{m1} при резонансе:

$$U_{mL} = I_{mk} \omega_0 L = I_{mk} \varrho; \quad U_{mC} = I_{mk} \frac{1}{\omega_0 C} = I_{mk} \varrho; \quad E_{m1} = I_{mk} r;$$

$$\frac{U_{mL}}{E_{m1}} = \frac{U_{mC}}{E_{m1}} = \frac{I_{mk} \varrho}{I_{mk} r} = Q. \quad (42)$$

Из выражения (42) следует, что *при резонансе в последовательном контуре амплитуды напряжения на индуктивности и емкости равны между собой и превышают амплитуду э. д. с. генератора в Q раз*. Отсюда происходит название резонанса в последовательном контуре — *резонанс напряжений*, а параметра Q — *добротность контура*. Численно добротность последовательного контура равна амплитуде напряжения (в вольтах) на индуктивности или емкости, если этот контур настроен в резонанс и к нему подводится от генератора э. д. с. с амплитудой в один вольт.

Допустим, что добротность $Q = 100$. Тогда при резонансе $U_{mL} = U_{mC} = 100 E_{m1}$. На первый взгляд может показаться непонятным, как напряжение на участке цепи может превысить э. д. с. генератора, например, в 100 раз. Для пояснения рассмотрим векторную диаграмму (рис. 37), имея в виду также схему включения контура (рис. 35).

Исходным в диаграмме является вектор контурного тока $I_k = I_1$. Под углом 90° к нему в сторону опережения показан вектор напряжения на индуктивности $U_L = I_k Q$ и в сторону отставания — вектор напряжения на емкости $U_C = I_k Q$. Электродвижущая сила генератора $E_1 = I_k r$ совпадает по фазе с током I_k , и так как напряжения U_L и U_C численно равны и противоположны по знаку, то они полностью компенсируют друг друга, а э. д. с. E_1 принципиально может быть любой относительно U_L и U_C и иметь величину U_L/Q или U_C/Q , как доказано выше.

Физическая сущность резонанса напряжений заключается в следующем. Генератор вслед за включением во время переходного процесса с каждым периодом колебаний увеличивает запас энергии в реактивных элементах контура L и C . За счет запасенной энергии и совершаются колебания в установившемся режиме. В случае резонанса частота генератора равна собственной частоте контура и элементы L и C ведут себя, как при свободных колебаниях в идеальном контуре, т. е. происходит полное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно, а генератор лишь компенсирует потери на активном сопротивлении контура r . Поскольку источником э. д. с. для индуктивности служит емкость, для емкости — индуктивность, а для активного сопротивления — генератор, напряжение на индуктивности или емкости может быть значительно больше э. д. с. генератора. Оно зависит от запаса энергии в L и C , а этот запас тем больше, чем больше характеристическое сопротивление контура $Q = \omega_0 L = 1/\omega_0 C$ и ток в контуре I_k , который в свою очередь обратно пропорционален активному сопротивлению контура ($I_k = E_1/r$). Вот почему при резонансе усиление напряжения последовательного контура определяется отношением Q/r , т. е. добротностью контура Q .

§ 18. Зависимость входного сопротивления последовательного контура от частоты

Колебательный контур настраивается в резонанс на несущую частоту радиосигнала, т. е. собственная частота контура устанавливается равной несущей частоте, но тогда контур оказывается расстроенным относительно боковых частот радиосигнала. В связи с этим представляет практический интерес зависимость входного сопротивления и коэффициента передачи напряжения контура от частоты. Поскольку ширина спектра радиосигнала не превышает нескольких процентов от несущей частоты, исследование производится в области частот, близких к резонансу.

Начнем с преобразования формулы реактивной составляющей входного сопротивления последовательного контура, учитывая, что ω — частота генератора (вынужденных колебаний), $\omega_0 =$

$= \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственная частота контура и $\varrho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ — характеристическое сопротивление контура:

$$\begin{aligned} x &= \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 L \omega C} \right) = \varrho \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0^2}{\omega_0 \omega} \right) = \\ &= \varrho \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} = \varrho \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega_0 \omega}. \end{aligned}$$

Разность частот $\omega - \omega_0 = \Delta \omega$ называется *абсолютной расстройкой*, а отношение $\Delta \omega / \omega_0$ — *относительной расстройкой*. Для области частот, близких к резонансной, сумма

$$\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$$

и реактивное сопротивление контура

$$x = \varrho \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega_0 \omega} \approx \varrho \frac{2\omega_0 \cdot \Delta \omega}{\omega_0 \omega} = \varrho \frac{2\Delta \omega}{\omega_0}.$$

Следовательно, отношение

$$\frac{x}{r} = \frac{\varrho}{r} \cdot \frac{2\Delta \omega}{\omega_0} = 2Q \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = 2Q \frac{2\pi \Delta f}{2\pi f_0} = 2Q \frac{\Delta f}{f_0}.$$

Обозначим величину $2Q \frac{\Delta f}{f_0}$, называемую *обобщенной расстройкой*, буквой a . Эта величина прямо пропорциональна относительной расстройке контура $\Delta f / f_0$. Затем введем обобщенную расстройку в выражение для комплексного полного входного сопротивления контура:

$$Z_{\text{вх}} = r + jx = r \left(1 + j \frac{x}{r} \right) = r \left(1 + j 2Q \frac{\Delta f}{f_0} \right) = r (1 + ja). \quad (43)$$

Модуль этого сопротивления

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{r^2 (1 + a^2)} = r \sqrt{1 + a^2}, \quad (44)$$

а аргумент входного сопротивления

$$\varphi_{\text{вх}} = \arctg \frac{x}{r} = \arctg \left(2Q \frac{\Delta f}{f_0} \right) = \arctg a. \quad (45)$$

Исследуем формулы (43)—(45) и рис. 38, на котором показаны зависимости модуля $z_{\text{вх}}$ (рис. 38, а) и аргумента $\varphi_{\text{вх}}$ (рис. 38, б) от расстройки a и векторные диаграммы напряжений и токов в контуре (рис. 38, в) при резонансе ($\Delta f = f - f_0 = 0$, $a = 0$), отрицательной расстройке ($f < f_0$, $\Delta f < 0$, $a < 0$) и положительной расстройке ($f > f_0$, $\Delta f > 0$, $a > 0$). Соответствующие эквивалентные схемы входного сопротивления контура приведены на рис. 38, в.

1. Если подставить значение $a = 0$ в формулы (44) и (45), то получим

$$z_{\text{вх}} = r \text{ и } \varphi_{\text{вх}} = \arctg(0) = 0,$$

т. е. резонансное входное сопротивление последовательного контура равно сопротивлению потерь и, естественно, имеет чисто активный характер.

По этой причине при резонансе ток генератора I_1 (ток контура I_k) совпадает по фазе с э. д. с. генератора E_1 .

2. В области частот генератора f , меньших резонансной частоты f_0 , расстройка $a < 0$ и, согласно формулам (44) и (45), увеличение этой расстройки сопровождается соответствующим увеличением модуля входного сопротивления контура $z_{\text{вх}}$, изменением $\arctg \varphi_{\text{вх}}$ от нуля до $-\infty$, а аргумента $\varphi_{\text{вх}}$ от нуля до -90° . Причиной тому является прибавление к активной составляющей входного сопротивления контура r реактивной составляющей x емкостного характера, за счет которой возрастает модуль сопротивления $z_{\text{вх}}$ и с отрицательным знаком увеличивается аргумент этого сопротивления $\varphi_{\text{вх}}$.

К такому же выводу приходим исследовав век-

торную диаграмму. Вследствие расстройки ($\omega < \omega_0$) равенство реактивных сопротивлений $\omega L = \omega_0 L$ и $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega_0 C}$ нарушено: теперь $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, напряжение на индуктивности ($U_L = I_k \omega L$) меньше, чем на емкости ($U_C = I_k \frac{1}{\omega C}$), их суммарное напряжение $U_x = U_L - U_C$ совпадает по фазе с U_C и в итоге э. д. с. генератора E_1 , равная геометрической сумме напряжений на активном (U_r) и

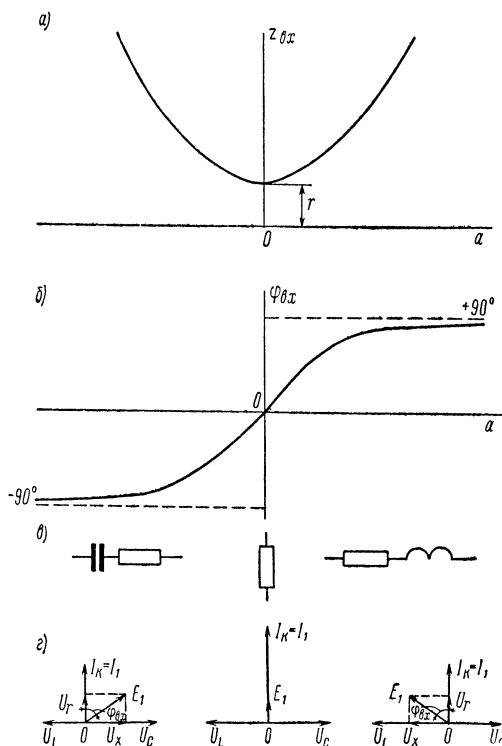


Рис. 38. Зависимость модуля (а) и аргумента (б) входного сопротивления последовательного контура от расстройки по частоте и соответствующие эквивалентные (в) и векторные (г) диаграммы.

реактивных (U_x) сопротивлениях, отстает по фазе от тока генератора (контура) на угол $\varphi_{вх}$, который является аргументом входного сопротивления контура.

3. При отклонении частоты генератора f от резонансной f_0 в сторону больших частот ($\Delta f > 0$, $a > 0$) модуль входного сопротивления, как и при отрицательной расстройке, увеличивается, но аргумент этого сопротивления изменяется от нуля до 90° , т. е. последовательный контур оказывается эквивалентным комплексному сопротивлению с активной составляющей r и реактивной составляющей x индуктивного характера. Это подтверждается векторной диаграммой: так как $\omega > \omega_0$, то $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, вектор напряжения $U_x = I_k x = I_k \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$ направлен в ту же сторону, что и вектор U_L , вследствие чего вектор э. д. с. генератора E_1 , равный сумме напряжений U_r и U_x , опережает вектор тока генератора $I_1 = I_k$ на угол $\varphi_{вх}$.

Пример 2. Изобразить зависимости модуля и аргумента входного сопротивления последовательного контура от абсолютной расстройки контура ($\Delta f = 0$; $\pm 0,005f_0$; $\pm 0,01f_0$; $\pm 0,02f_0$; $\pm 0,03f_0$; $\pm 0,04f_0$), если резонансная частота контура $f_0 = 10$ МГц, емкость $C = 25$ пф и активное сопротивление $r = 5$ ом.

1 Индуктивность контура

$$L = \frac{1}{(2\pi)^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4 \cdot 10 \cdot 10^{14} \cdot 25 \cdot 10^{-12}} = 10^{-5} \text{ гн} = 10 \text{ мкгн}.$$

2. Характеристическое сопротивление контура

$$\varrho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-12}}} = 633 \text{ ом}.$$

3 Добротность контура

$$Q = \frac{\varrho}{r} = \frac{633}{5} = 127.$$

4 Модуль и аргумент входного сопротивления контура рассчитываем по формулам (44) и (45) с учетом того, что $a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$:

$$z_{вх} = r \sqrt{1 + a^2}, \quad \varphi_{вх} = \arctg a.$$

Результаты расчета сведены в табл. 1. По данным таблицы построены графики (рис 39).

Пример 3. Построить графики зависимости модуля и аргумента тока в контуре, данные которого (контура) приведены в предыдущем примере. Электродвижущая сила генератора имеет амплитуду $E_{m1} = 100$ мв

Амплитуда тока в контуре как комплексная величина имеет модуль

$$I_{mk} = I_{m1} = \frac{E_{m1}}{z_{вх}}$$

и аргумент φ , равный аргументу входного сопротивления $\varphi_{вх}$ с обратным знаком, потому что φ — угол сдвига фазы тока I_{m1} относительно э. д. с. E_{m1} , а $\varphi_{вх}$ — угол сдвига фазы E_{m1} относительно I_{m1} .

По данным расчета составлена табл. 2 и построены графики (рис. 40)

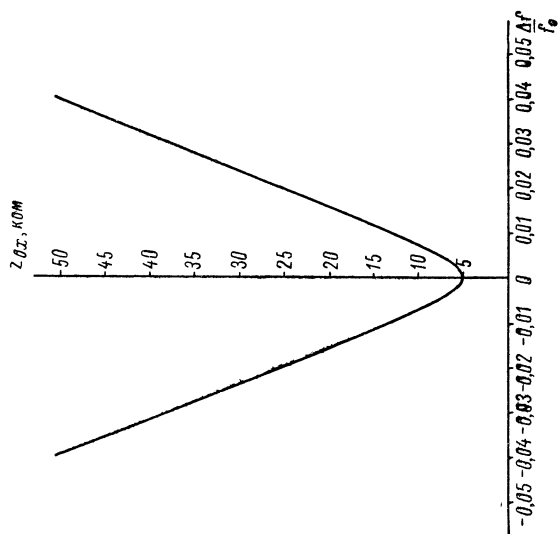
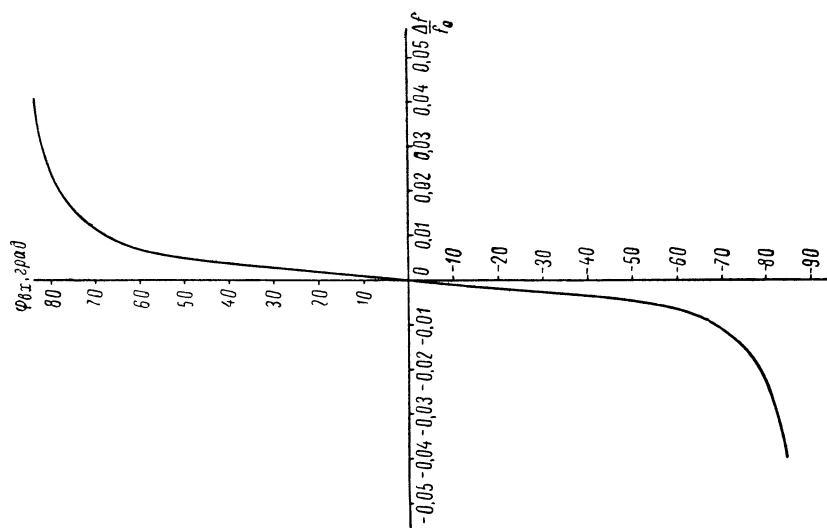


Рис. 39. К примеру 2.

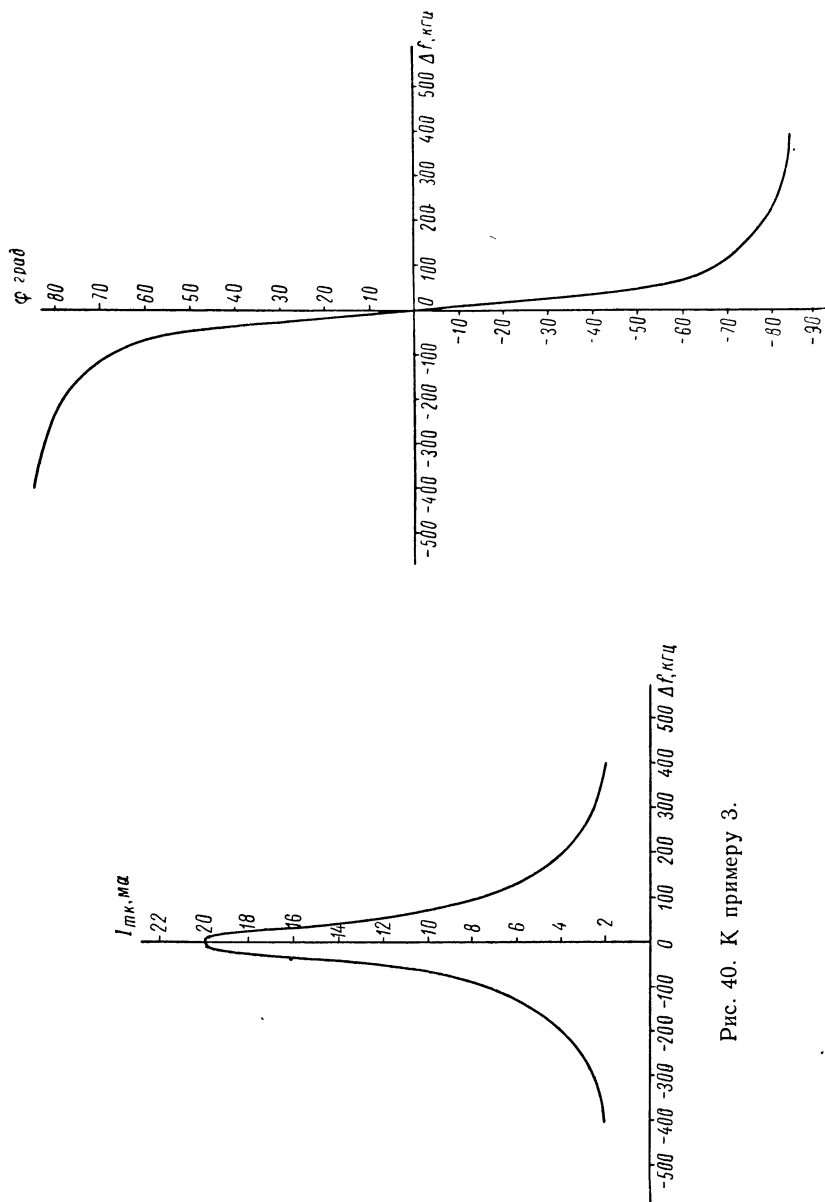


Рис. 40. К примеру 3.

Таблица 1

$\frac{\Delta f}{f_0}$	$\Delta f, \text{ кГц}$	$Q \frac{2\Delta f}{f_0}, \text{ см}$	$a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$	$z_{\text{вх}} (\text{см}) = r\sqrt{1+a^2}$	$\varphi_{\text{вх}} = \arctg a$
-0,04	-400	-50,64	-10,16	50,7	-84° 20'
-0,03	-300	-37,98	-7,62	38	-82° 30'
-0,02	-200	-25,32	-5,08	25,8	-78° 50'
-0,01	-100	-12,66	-2,54	13,6	-68° 30'
-0,005	-50	-6,33	-1,27	8,1	-52° 50'
0	0	0	0	5	0
0,005	50	6,33	1,27	8,1	52° 50'
0,01	100	12,66	2,54	13,6	68° 30'
0,02	200	25,32	5,08	25,8	78° 50'
0,03	300	37,98	7,62	38	82° 30'
0,04	400	50,64	10,16	50,7	84° 20'

Таблица 2

$\Delta f, \text{ кГц}$	-400	-300	-200	-100	-50
$I_{m\kappa} (\text{мА}) = E_{m1}/z_{\text{вх}}$	2	2,6	3,9	7,4	12,3
$\varphi = -\varphi_{\text{вх}}$	84°20'	82° 30'	78° 50'	68° 30'	52° 50'
0	50	100	200	300	400
20	12,3	7,4	3,9	2,6	2
0	-52° 50'	-68° 30'	-78° 50'	-82° 30'	-84° 20'

§ 19. Амплитудно-частотная характеристика последовательного контура

Рассматривая входное сопротивление последовательного контура, мы установили основные фазовые соотношения в контуре. Исследуем его амплитудно-частотные характеристики.

Допустим, что контур, изображенный на рис. 35 в виде четырех-полюсника, питается источником синусоидальной э. д. с. с амплитудой E_{m1} . При этом формула амплитуды контурного тока $I_{m\kappa}$, с учетом выражения (44), имеет вид

$$I_{m\kappa} = \frac{E_{m1}}{z_{\text{вх}}} = \frac{E_{m1}}{\sqrt{r^2(1+a^2)}}.$$

Выходное напряжение четырехполюсника снимается с емкостного (или индуктивного) сопротивления $1/\omega C$. Это сопротивление при частотах генератора ω , близких к резонансной частоте контура ω_0 , можно считать равным характеристическому сопротивлению $\varrho = \frac{1}{\omega_0 C}$. Следовательно, амплитуда выходного напряжения

$$U_{m2} = I_{m1} \varrho = \frac{E_{m1} \varrho}{\sqrt{r^2 (1 + a^2)}},$$

а модуль коэффициента передачи напряжения контура

$$K = \frac{U_{m2}}{E_{m1}} = \frac{\varrho}{r \sqrt{1 + a^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + a^2}}. \quad (46)$$

Уравнение (46) представляет собой *уравнение амплитудно-частотной характеристики* последовательного контура.

Как и следовало ожидать, при резонансе ($a = 0$) модуль коэффициента передачи напряжения ($K = K_0$) равен добротности контура Q . Увеличение расстройки a с любым знаком вызывает уменьшение коэффициента передачи напряжения, которое происходит тем быстрее, чем больше добротность контура (рис. 41, а). Последнее особенно наглядно показано на амплитудно-частотных характеристиках, построенных в относительных координатах (рис. 41, б). Уравнение этих характеристик, называемое иначе *уравнением избирательности* Y , получается путем деления обеих частей выражения (46) на $K_0 = Q$:

$$Y = \frac{K}{K_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}. \quad (47)$$

Все характеристики, выраженные в относительных координатах, имеют общую вершину, ибо, согласно формуле (47), при любых параметрах контура отношение K/K_0 в случае резонанса ($a = 0$) равно единице.

Форма полученной амплитудно-частотной характеристики последовательного контура отлична от прямоугольной, которая является идеальной для любого четырехполюсника, предназначенного для неискаженного воспроизведения сигналов принимаемой радиостанции (см. § 6).

Предположим, что все гармонические составляющие радиосигналов станций I, II, III (рис. 42, а) имеют одинаковую амплитуду U_{m1} . Умножив амплитуду U_{m1} каждой гармонической составляющей радиосигнала на модуль коэффициента передачи напряжения последовательного контура K (рис. 42, б), получим

соответствующую амплитуду выходного напряжения U_{m2} (рис. 42, в). Как видим, при реальной амплитудно-частотной характеристике последовательного контура избирательность его получается неполной и имеются частотные искажения. Понижение избирательности выражается в том, что контур настроен в резонанс на несущую частоту f_{02} радиостанции II, однако на выходе контура имеются напряжения составляющих спектров радиостанций I и III. Частотные искажения, вносимые контуром, выражаются в изменении соотношения между амплитудами гармонических составляющих спектра радиосигнала принимаемой станции II: на выходе эти амплитуды различны, а на входе, по условию, они одинаковы.

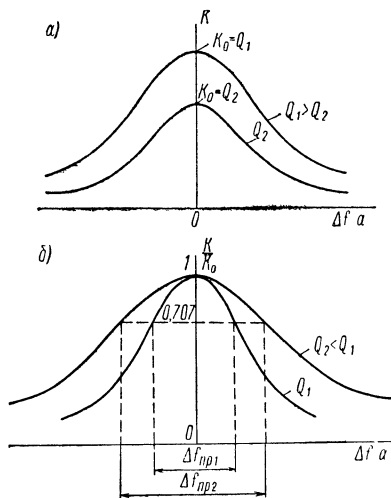


Рис. 41. Амплитудно-частотные характеристики последовательного контура.

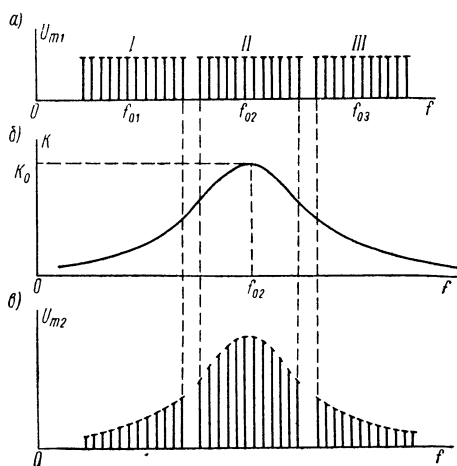


Рис. 42. Воспроизведение радиосигналов последовательным контуром.

Количественно частотные искажения оцениваются *полосой пропускания контура* Δf_{np} , т. е. разностью частот, в пределах которой модуль коэффициента передачи K не снижается более определенной величины. Обычно полосу пропускания определяют на уровне $1/\sqrt{2} = 0,707$ от резонансного коэффициента K_0 , что соответствует уменьшению мощности колебаний по сравнению с мощностью при резонансе в $(\sqrt{2})^2 = 2$ раза. Если подставить отношение $K/K_0 = 1/\sqrt{2}$ в уравнение (47), то $2\Delta f$ и будет полосой пропускания контура Δf_{np} , а обобщенная расстройка $a = a_{np} = Q \frac{\Delta f_{np}}{f_0}$:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + a_{np}^2}}.$$

Отсюда

$$2 = 1 + a_{\text{пр}}^2 = 1 + Q^2 \left(\frac{\Delta f_{\text{пр}}}{f_0} \right)^2,$$

а полоса пропускания контура

$$\Delta f_{\text{пр}} = \frac{f_0}{Q} = df_0. \quad (48)$$

Вывод: затухание контура показывает, какую часть от резонансной частоты контура составляет его полоса пропускания. Влияние добротности контура на полосу пропускания отражено на рис. 41, б: при добротности Q_2 амплитудно-частотная характеристика более тупая, чем при $Q_1 > Q_2$, и поэтому прямая, проведенная на уровне $K/K_0 = 0,707$, отсекает на характеристике, снятой при Q_2 , большую полосу ($\Delta f_{\text{пр} 2}$), чем при Q_1 , где $\Delta f_{\text{пр}} = \Delta f_{\text{пр} 1}$.

Для воспроизведения радиосигнала с допустимыми частотными искажениями полоса пропускания контура должна быть не менее ширины основной части спектра радиосигнала. Если же это требование не удовлетворяется, то приходится снижать добротность контура, но тогда ухудшается его избирательность, потому что притупление амплитудно-частотной характеристики сопровождается увеличением коэффициента передачи напряжения не только в пределах спектра принимаемого радиосигнала, но и за его пределами. Это противоречие не может быть разрешено, если избирательность осуществляется только одиночными контурами.

§ 20. Примеры практического применения последовательного контура

Входная цепь приемника может служить примером практического применения последовательного контура. Простая схема входной цепи (рис. 43, а) состоит из антенны A с заземлением $З$ и входного контура $L_{\text{вх}}, C_{\text{вх}}$.

Допустим, что все радиостанции излучают немодулированные колебания, т. е. работают только на своих несущих частотах $f_{01}, f_{02}, f_{03}, \dots$. Каждая из станций наводит в приемной антенне э. д. с., которую мы обозначим соответственно $E_{11}, E_{12}, E_{13}, \dots$. Следовательно, на эквивалентной схеме (рис. 43, б) антенну можно заменить источниками э. д. с. $E_{11}, E_{12}, E_{13}, \dots$ и считать их внутреннее сопротивление состоящим из реактивной x_A и активной r_A составляющих выходного сопротивления антенны. Входной контур $L_{\text{вх}}, C_{\text{вх}}, r_{\text{вх}}$ оказывается включенным последовательно с источниками э. д. с.

Для приема радиостанции с несущей частотой f_{01} контур настраивается конденсатором $C_{вх}$ в резонанс на частоту f_{01} , и тогда напряжение u_2 , снимаемое с емкости контура, превышает соответствующую э. д. с. E_{11} в K_0 раз благодаря резонансу напряжений. Для других э. д. с. (E_{12} , E_{13} , ...) входной контур рас-

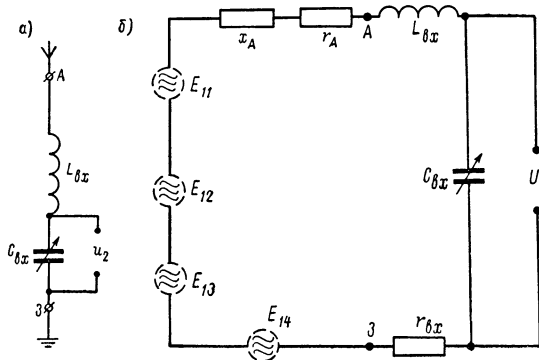


Рис. 43. Входная цепь приемника.

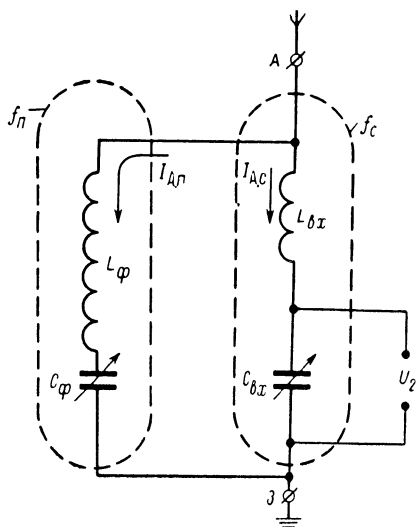


Рис. 44. Последовательный контур в качестве фильтра помех.

строен и имеет значительно меньший коэффициент передачи напряжения (этот коэффициент может быть даже меньше единицы). В результате преимущественно усиливается напряжение принимаемого радиосигнала, т. е. осуществляется частотная избирательность.

При наличии модуляции к э. д. с. несущей частоты каждой станции прибавляются синусоидальные э. д. с. боковых частот, и поскольку входной контур настраивается в резонанс только на определенную несущую частоту, то наряду с ослаблением колебаний посторонних радиостанций несколько ослабляются колебания боковых частот принимаемой радиостанции;

точнее, их амплитуды усиливаются в меньшее число раз, чем амплитуда несущей частоты той же станции.

Если частота f_{π} какой-то помехи отлична от частоты принимаемого сигнала f_c , то можно ослабить влияние этой помехи посредством фильтра типа последовательного контура L_{ϕ} , C_{ϕ} (рис. 44).

Входной контур $L_{\text{вх}}, C_{\text{вх}}$ настраивается в резонанс на частоту f_c , а фильтр — на частоту f_n . Поскольку для сигнала фильтр расстроен, его входное сопротивление (между точками A и $З$) велико, а для помехи это сопротивление минимально.

В таких условиях антенный ток сигнала I_{Ac} почти полностью проходит через входной контур и создает максимальное напряжение на конденсаторе $C_{\text{вх}}$, в то время как антенный ток помехи I_{An} преимущественно замыкается через малое сопротивление фильтра $L_{\text{ф}}, C_{\text{ф}}$ и во входной контур помеха почти не попадает. Это еще более увеличивает отношение сигнал/помеха по сравнению с отношением такого рода в схеме, осуществляющей ослабление помехи только за счет расстройки входного контура.

ГЛАВА IV

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

§ 21. Параллельный контур I вида

Параллельным колебательным контуром называется схема, состоящая из индуктивностей и емкостей, включенных параллельно источнику э. д. с. Существует несколько схем параллельного контура. Наиболее простая из них называется контуром I вида (рис. 45, а). Она содержит две ветви. Одна ветвь образована индуктивностью L с сопротивлением потерь r , а другая — емкостью C (потери в емкости очень малы и ими обычно пренебрегают), питаются обе ветви источником э. д. с. E_1 с внутренним сопротивлением $R_{\text{в}}$. Выходное напряжение U_2 в этой схеме снимается с индуктивности или емкости. Это контурное напряжение является напряжением генератора U_1 , поскольку напряжение U_1 меньше э. д. с. генератора E_1 на величину падения напряжения от тока генератора I_1 на его внутреннем сопротивлении $R_{\text{в}}$. В комплексной форме это записывается так:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{E}_1 - \dot{I}_1 R_{\text{в}}.$$

В соответствии с определением входного сопротивления контура как сопротивления току генератора имеем

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}.$$

Поскольку контур образован параллельно включенными сопротивлениями ветвей $Z_1 = r + j\omega L$ и $Z_2 = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$, где $r \ll \omega L$, входное сопротивление контура можно выразить формулой

$$Z_{\text{вх}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} \approx \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\frac{L}{C}}{r + jx},$$

здесь x — реактивное сопротивление контура при последовательном обходе его элементов.

Умножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное комплексное число знаменателя:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{L/C}{r + jx} \cdot \frac{r - jx}{r - jx} = \frac{Lr}{C(r^2 + x^2)} - j \frac{Lx}{C(r^2 + x^2)}.$$

Комплексный характер этого выражения означает, что входное сопротивление контура I вида имеет активную $R_{\text{вх I}}$ и реактивную $X_{\text{вх I}}$ составляющие:

$$R_{\text{вх I}} = \frac{Lr}{C(r^2 + x^2)}; \quad (49)$$

$$X_{\text{вх I}} = -\frac{Lx}{C(r^2 + x^2)}. \quad (50)$$

При резонансе, как известно, реактивная составляющая входного сопротивления контура равна нулю ($X_{\text{вх I}} = 0$). Это возможно, согласно формуле (50), если $x = 0$. В таком случае, судя по выражению (49), резонансное входное сопротивление контура I вида оказывается активным по характеру и равным

$$\begin{aligned} R_{\text{вх I}} &= \frac{L}{Cr} = \frac{Q^2}{r} = \\ &= Q^2. \end{aligned} \quad (51)$$

Параллельный контур при резонансе, в отличие от последовательного контура, усиливает колебания генератора не по напряжению, а по току. Убедимся в этом.

Электродвижущая сила генератора E_1 распределяется между внутренним сопротивлением генератора $R_{\text{в}}$ и входным сопротивлением контура $R_{\text{вх I}}$, а выходное напряжение U_2 снимается только с контура, т. е. с сопротивления $R_{\text{вх I}}$. Поэтому резонансный коэффициент передачи напряжения параллельного контура меньше единицы:

$$K_0 = \frac{U_2}{E_1} = \frac{R_{\text{вх I}}}{R_{\text{в}} + R_{\text{вх I}}} < 1.$$

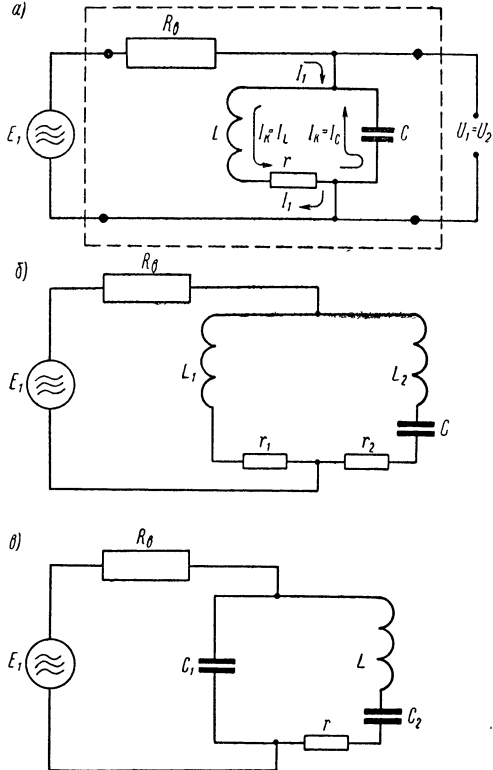


Рис. 45. Параллельные контуры I, II и III видов.

Ток индуктивной ветви I_L отстает по фазе от вызвавшего его напряжения генератора U_1 почти на 90° , а ток емкостной ветви I_C опережает приложенное к нему напряжение U_1 на 90° , т. е. эти токи находятся в противофазе. Кроме того, при резонансной частоте ω_0 реактивное сопротивление $x = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ и, следовательно, $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$. Поскольку сопротивления ветвей равны и на них подается одинаковое напряжение U_1 , то и токи в ветвях равны между собой:

$$|I_L| = \frac{U_1}{\omega_0 L} = \frac{U_1}{\frac{1}{\omega_0 C}} = |I_C|.$$

Сдвиг по фазе между токами I_L и I_C на 180° означает, что если ток I_L направлен, допустим, от верхней (по схеме) точки контура к нижней, то ток I_C течет от нижней точки к верхней. Так как эти токи, кроме того, равны, их можно рассматривать как единый контурный ток I_K , который последовательно проходит через индуктивную ($I_K = I_L$) и емкостную ($I_K = I_C$) ветви (рис. 45, а). Вследствие этого общее сопротивление цепи L , C , r для контурного тока равно r и активную мощность в контуре можно выразить формулой

$$P_K = \frac{I_{mK}^2 r}{2}, \quad (52)$$

где I_{mK} — амплитуда тока в контуре.

Эта мощность подводится от генератора и, следовательно, ее можно выразить другой формулой

$$P_K = \frac{I_{m1}^2 R_{вх1}}{2} = \frac{I_{m1}^2 L}{2Cr}, \quad (53)$$

где I_{m1} — амплитуда тока генератора.

Приравняв правые части формул (52) и (53)

$$\frac{I_{mK}^2 r}{2} = \frac{I_{m1}^2 L}{2Cr},$$

определим соотношение между токами контура и генератора:

$$\frac{I_{mK}}{I_{m1}} = \sqrt{\frac{L}{Cr^2}} = \sqrt{\frac{Q^2}{r^2}} = Q. \quad (54)$$

Таким образом, мы доказали, что в случае резонанса в параллельном контуре I вида контурный ток больше тока генератора в Q (добротность) раз. Вот почему резонанс в параллельном контуре называется *резонансом токов*.

§ 22. Параллельные контуры II, III и общего видов

Кроме контура I вида на практике применяются более сложные параллельные контуры — II, III и общего видов.

В контуре II вида одна ветвь образована индуктивностью L_1 , а вторая — индуктивностью L_2 и емкостью C (рис. 45, б). Распределение индуктивности $L = L_1 + L_2$ между ветвями контура характеризуется коэффициентом включения

$$p_L = \frac{L_1}{L}.$$

В таком контуре возможны два резонанса: последовательный, который образуется индуктивностью L_2 и емкостью C , и параллельный, в котором участвуют все реактивные элементы контура. Последовательный резонанс — резонанс напряжений (резонанс ветви контура) — происходит при частоте генератора $\omega = \omega'_0$, удовлетворяющей равенству

$$\omega'_0 L_2 - \frac{1}{\omega'_0 C} = 0.$$

При этом общее сопротивление ветви контура L_2 , C , r_2 настолько мало (оно равно r_2), что весь ток генератора практически замыкается через данный последовательный контур, а другая ветвь контура (L_1 , r_1) в работе схемы не участвует.

Если частота генератора иная — $\omega = \omega_0$, то реактивное сопротивление ветви L_2 , C имеет емкостный характер и численно равно индуктивному сопротивлению второй ветви, а потому

$$\left(\omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C} \right) + \omega_0 L_1 = 0.$$

В этом случае в работе схемы участвуют все элементы контура и резонанс называется *параллельным* (резонанс токов).

В контуре III вида в одну ветвь включена емкость C_1 , а в другую — индуктивность L и емкость C_2 (рис. 45, в). О распределении общей емкости $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ по ветвям контура судят по коэффициенту включения

$$p_C = \frac{C}{C_1}.$$

Очевидно, что и здесь возможны два резонанса: последовательный, образованный ветвью L , C_2 , и параллельный, в котором участвует весь контур. Во втором случае емкостное сопротивление конденсатора C_1 численно равно индуктивному сопротивлению ветви L , C_2 , r .

Параллельный контур может иметь несколько ветвей, каждая из которых является последовательным контуром. Так, в схеме,

показанной на рис. 46 (контур общего вида), возможны три различных резонанса: один — последовательный в ветви L_1, C_1 , другой — последовательный в ветви L_2, C_2 и третий — параллельный, в котором участвуют все элементы контура.

Контур общего вида. Определим входное сопротивление $Z_{\text{вх}}$ контура общего вида. Первая и вторая ветви контура имеют соответственно активное r_1, r_2 , реактивное x_1, x_2 и полное Z_1 ,

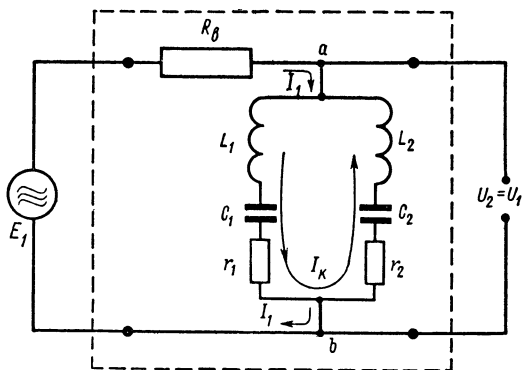


Рис. 46. Параллельный контур общего вида.

Z_2 сопротивления. Очевидно, что

$$Z_{\text{вх}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2)}{r_1 + jx_1 + r_2 + jx_2} = \frac{(r_1 + jx_1)(r_2 + jx_2)}{r + jx},$$

где $r = r_1 + r_2$ — сопротивление активных потерь контура при последовательном обходе его элементов;

$x = x_1 + x_2$ — реактивное сопротивление контура при последовательном обходе его элементов.

В области частот, близких к резонансной, имеют место соотношения $r_1 \ll x_1$ и $r_2 \ll x_2$. Поэтому пренебрегаем r_1 и r_2 в числителе дроби. Затем исключаем мнимый член в знаменателе:

$$Z_{\text{вх}} \approx \frac{jx_1 \cdot jx_2}{r + jx} \cdot \frac{r - jx}{r - jx} = -\frac{x_1 x_2 r}{r^2 + x^2} + j \frac{x_1 x_2 x}{r^2 + x^2}.$$

Из полученного комплексного числа $Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}}$ выявляем активную $R_{\text{вх}}$ и реактивную $X_{\text{вх}}$ составляющие входного сопротивления контура:

$$R_{\text{вх}} = -\frac{x_1 x_2 r}{r^2 + x^2}; \quad (55)$$

$$X_{\text{вх}} = \frac{x_1 x_2 x}{r^2 + x^2}. \quad (56)$$

§ 23. Резонанс в параллельном контуре

Резонансом в контуре, как было сказано, называется такое явление, при котором реактивная составляющая входного сопротивления контура равна нулю и контур представляет для генератора чисто активную нагрузку, т. е. $Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}}$, а $X_{\text{вх}} = 0$.

Это определение позволяет выявить следующие свойства параллельного резонанса в контуре любого вида.

1. Так как реактивное сопротивление отдельно взятой ветви (x_1 или x_2) не равно нулю, то, согласно формуле (56), условие $X_{\text{вх}} = 0$ сводится к $x = 0$, т. е. в случае резонанса реактивное сопротивление параллельного контура при последовательном обходе его элементов равно нулю.

2. Равенство $x = x_1 + x_2 = 0$ означает, что $x_1 = -x_2$, т. е. реактивные сопротивления ветвей контура численно равны и противоположны по знаку; если одна из ветвей контура имеет сопротивление индуктивного характера, то другая — сопротивление емкостного характера.

3. Из схемы контура видно, что резонансной частоте ω_0 соответствуют сопротивления $x_1 = \omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1}$ и $x_2 = \omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2}$. Это позволяет записать равенство $x_1 = -x_2$ в виде

$$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1} = - \left(\omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2} \right)$$

или

$$\omega_0 (L_1 + L_2) = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

Обозначив через $L = L_1 + L_2$ и $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ соответственно общие индуктивность и емкость контура при последовательном обходе его элементов, получим

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Таким образом, при резонансе в параллельном контуре его общее индуктивное и емкостное сопротивления равны между собой.

4. Из последнего равенства устанавливаем, что

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

т. е. резонанс в параллельном контуре, как и в последовательном, наступает при равенстве частоты генератора и собственной частоты контура.

Вследствие этого при резонансе индуктивное и емкостное сопротивление параллельного контура порознь равны его характеристическому сопротивлению

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \varrho.$$

5. Выражение (55) для случая резонанса ($x = 0$, $x_1 = -x_2$) имеет вид

$$R_{\text{вх}} = -\frac{x_1 x_2 r}{r^2 + x^2} = -\frac{x_1(-x_1)r}{r^2} = \frac{x_1^2}{r} = \frac{x_2^2}{r}. \quad (57)$$

Вывод: входное сопротивление параллельного контура при резонансе имеет активный характер и численно равно квадрату реактивного сопротивления любой ветви контура, деленному на сопротивление активных потерь во всем контуре.

Применив формулу (57) к контуру I вида, для которого $x_1 = \omega_0 L$ и $x_2 = \frac{1}{\omega_0 C}$, получим

$$R_{\text{вх I}} = \frac{\omega_0^2 L^2}{r} = \frac{1}{\omega_0^2 C^2 r} = \frac{\varrho^2}{r} = \frac{L}{Cr} = \varrho Q.$$

Этот результат совпадает с формулой (51).

Для контура II вида $x_1 = \omega_0 L_1 = \omega_0 p_L L = p_L \varrho$, а поэтому резонансное входное сопротивление

$$R_{\text{вх II}} = \frac{x_1^2}{r} = p_L^2 \frac{\varrho^2}{r} = p_L^2 R_{\text{вх I}}. \quad (58)$$

Для контура III вида $x_1 = \frac{1}{\omega_0 C_1} = \frac{p_C}{\omega_0 C} = p_C \varrho$ и

$$R_{\text{вх III}} = \frac{x_1^2}{r} = p_C^2 \frac{\varrho^2}{r} = p_C^2 R_{\text{вх I}} \quad (59)$$

6. Напряжение генератора U_1 вызывает в индуктивной ветви контура ток I_L , отстающий по фазе от U_1 на угол φ_L , а в емкостной ветви — ток I_C , который опережает U_1 на угол φ_C , причем

$$\operatorname{tg} \varphi_L = \frac{x_1}{r_1}, \quad \operatorname{tg} \varphi_C = \frac{x_2}{r_2},$$

где r_1 , x_1 и r_2 , x_2 — активные и реактивные сопротивления индуктивной и емкостной ветвей соответственно.

Так как при резонансе $r_1 \ll x_1$ и $r_2 \ll x_2$, то углы φ_L и φ_C близки к 90° (рис. 47). Равенство $x_2 = -x_1$ позволяет утверждать, что токи I_L и I_C численно равны между собой:

$$I_L \approx \frac{U_1}{x_1}; \quad I_C \approx \frac{U_1}{x_2} = \frac{U_1}{-x_1} = -I_L.$$

В таких условиях, как известно из § 21, имеется единый контурный ток I_k , который последовательно проходит через элементы контура:

$$I_k = |I_L| = |I_C| = \frac{U_1}{|x_1|} = \frac{U_1}{|x_2|}. \quad (60)$$

7. Сложив векторы токов I_L и I_C , получим вектор тока генератора I_1 , который, как и следовало ожидать, совпадает по направлению с вектором напряжения генератора U_1 . Из векторной диаграммы (рис. 47) видно также, что при резонансе имеет место

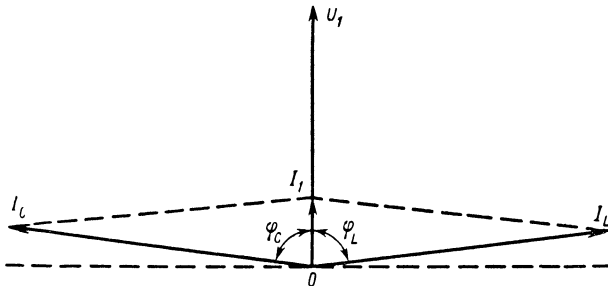


Рис 47. Векторная диаграмма напряжений и токов при резонансе в параллельном колебательном контуре.

соотношение $I_1 \ll |I_L| = |I_C| = I_k$. Это можно доказать математически на основании формул (57) и (60):

$$I_1 = \frac{U_1}{R_{\text{вх}}} = \frac{U_1 r}{x_1^2} = \frac{U_1 r}{x_2^2}; \quad I_k = \frac{U_1}{|x_1|} = \frac{U_1}{|x_2|};$$

$$\frac{I_k}{I_1} = \frac{U_1}{|x_1|} \cdot \frac{x_1^2}{U_1 r} = \frac{|x_1|}{r} = \frac{|x_2|}{r}. \quad (61)$$

Значит, при резонансе ток параллельного контура во столько раз больше тока генератора, во сколько реактивное сопротивление одной ветви контура больше сопротивления активных потерь всего контура.

Применим выражения (61) к контуру I, а затем II и III видов. Для контуров I вида подтверждается выражение (54):

$$\left(\frac{I_k}{I_1} \right)_I = \frac{|x_1|}{r} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{Q}{r} = Q.$$

Для контуров II ($x_1 = p_L Q$) и III ($x_1 = p_C Q$) видов соответственно получаем:

$$\left(\frac{I_k}{I_1} \right)_{II} = \frac{|x_1|}{r} = p_L \frac{Q}{r} = p_L Q; \quad (62)$$

$$\left(\frac{I_k}{I_1} \right)_{III} = \frac{|x_1|}{r} = p_C \frac{Q}{r} = p_C Q. \quad (63)$$

Как видим, усиление тока в контурах II и III видов при резонансе меньше, чем в контурах I вида ($p_L < 1$, $p_C < 1$). Несмотря на это, на практике применяют контуры всех видов, например в качестве нагрузки высокочастотного генератора. Дело в том, что любой генератор отдает наибольшую мощность при вполне определенном сопротивлении нагрузки. Если этой нагрузкой служит колебательный контур I вида, то требуемое входное сопротивление устанавливается подбором индуктивности и емкости контура, но тогда изменяется его резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. От этого недостатка свободны контуры II и III видов, поскольку их входное сопротивление зависит от коэффициентов включения p_L и p_C , которые можно изменять перераспределением индуктивности и емкости контура между его ветвями, сохраняя, однако, общую величину L и C .

Выясним физический смысл резонанса токов. Если бы схема состояла только из активных сопротивлений, то токи в ответвлениях не были бы больше, чем в общей цепи. При резонансе это возможно, так как генератор вслед за включением создает запас энергии в реактивных элементах контура, а затем эта энергия, как при свободных колебаниях в идеальном контуре, меняет свою форму с электрической (конденсатора) на магнитную (катушки индуктивности) и обратно. В этом случае генератор только компенсирует потери в контуре, и поскольку мощность потерь значительно меньше реактивной мощности, запасенной в контуре, ток генератора оказывается значительно меньше тока в контуре.

Убедимся в том, что усиление тока, наблюдаемое при параллельном резонансе, обусловлено превышением мощности P_x , запасаемой в индуктивности или емкости контура, над колебательной мощностью P_k , подводимой к контуру от генератора. Например, для контура I вида ($I_{mk} = QI_{m1}$; $R_{вх I} = QQ$; $x_L = x_C = Q$):

$$P_x = \frac{I_{mk}^2 x_L}{2} = \frac{I_{mk}^2 x_C}{2} = \frac{I_{mk}^2 Q}{2};$$

$$P_k = \frac{I_{m1}^2 R_{вх I}}{2} = \frac{I_{mk}^2 Q}{2Q^2} = \frac{I_{mk}^2 Q}{2};$$

$$\frac{P_x}{P_k} = \frac{I_{mk}^2 Q}{2} \cdot \frac{2Q}{I_{mk}^2 Q} = Q.$$

Полученное соотношение мощностей не противоречит закону сохранения энергии, поскольку от генератора подводится активная мощность P_k , которая рассеивается на сопротивлении потерь r , а мощность P_x реактивная: во время переходного процесса она постепенно накапливается в индуктивности L и конденсаторе C контура за счет энергии генератора, а когда устанавливается режим, то эта мощность уже превышает активную в Q раз и такой

сохраняется в контуре, переходя лишь от индуктивности к емкости и обратно. Аналогичное явление наблюдается и при резонансе напряжений.

§ 24. Входное сопротивление параллельного контура при расстройке

Исследуем входное сопротивление контура I вида в области частот ω , близких к резонансной ω_0 . В этой области $x_1 = \omega L \approx \approx \omega_0 L = \varrho$, $x_2 = -\frac{1}{\omega C} \approx -\frac{1}{\omega_0 C} = -\varrho$ и в соответствии с формулой (43) комплексное выражение входного сопротивления контура имеет вид

$$Z_{\text{вх}} = \frac{jx_1 \cdot jx_2}{r + jx} = \frac{\varrho^2}{r(1 + ja)}.$$

Знаменатель дроби выражает входное сопротивление последовательного контура. Это дает основание полагать, что изменение частоты генератора вызовет в параллельном контуре обратные изменения входного сопротивления по сравнению с последовательным контуром.

Заменяем ϱ/r на Q и умножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное комплексное число знаменателя:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\varrho^2/r}{1 + ja} = \frac{\varrho Q}{1 + ja} \cdot \frac{1 - ja}{1 - ja} = \frac{\varrho Q}{1 + a^2} - j\varrho Q \frac{a}{1 + a^2}.$$

Отсюда находим активную составляющую $R_{\text{вх}}^*$, реактивную составляющую $X_{\text{вх}}$, модуль $z_{\text{вх}}$ и аргумент $\varphi_{\text{вх}}$ входного сопротивления контура:

$$R_{\text{вх}} = \frac{\varrho Q}{1 + a^2}; \quad (64)$$

$$X_{\text{вх}} = -\varrho Q \frac{a}{1 + a^2}; \quad (65)$$

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{R_{\text{вх}}^2 + X_{\text{вх}}^2} = \frac{\varrho Q \sqrt{1 + a^2}}{1 + a^2} = \frac{\varrho Q}{\sqrt{1 + a^2}}; \quad (66)$$

$$\varphi_{\text{вх}} = \arctg \frac{X_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}} = \arctg (-a). \quad (67)$$

По полученным выражениям построены графики зависимости величин $R_{\text{вх}}$, $X_{\text{вх}}$, $z_{\text{вх}}$ и $\varphi_{\text{вх}}$ от обобщенной расстройки a (рис. 48).

Резонансу ($a = 0$) соответствуют $R_{\text{вх}} = \varrho Q$; $X_{\text{вх}} = 0$; $z_{\text{вх}} = = \varrho Q$ и $\varphi_{\text{вх}} = 0$. При любом знаке обобщенной расстройки контура a увеличение ее вызывает непрерывное уменьшение модуля $z_{\text{вх}}$ и активной составляющей $R_{\text{вх}}$ входного сопротивления контура [см. формулы (64) и (66)].

* Здесь и в дальнейшем в обозначении входного сопротивления контура I вида опускаем индекс «I».

Параметр a , характеризующий расстройку, входит в числитель выражения (65) как множитель первой степени и в знаменатель как слагаемое во второй степени. Поэтому с изменением a от нуля до ± 1 числитель выражения изменяется в большей мере, чем знаменатель, и реактивная составляющая входного сопротивления контура $X_{вх}$ возрастает по абсолютной величине. При дальнейшем

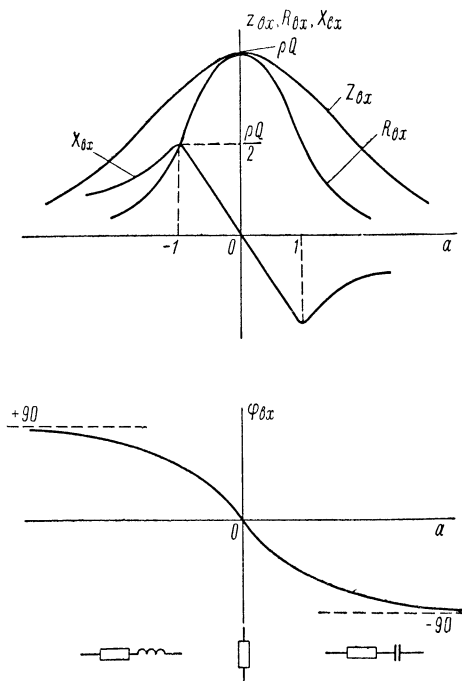


Рис 48 Зависимость активной и реактивной составляющих, модуля и аргумента входного сопротивления параллельного контура от его расстройки.

увеличении расстройки влияние знаменателя сказывается в большей мере, чем числителя, и составляющая $X_{вх}$ уменьшается по абсолютной величине. Знак минус в выражении (65) указывает на то, что реактивная составляющая входного сопротивления контура положительна при отрицательной расстройке и отрицательна при положительной расстройке.

Последнее подтверждается графиком аргумента входного сопротивления. В области частот, меньших резонансной, изменение a от $-\infty$ до нуля сопровождается изменением $\text{tg } \varphi_{вх}$ от $+\infty$ до нуля и аргумента сопротивления $\varphi_{вх}$ от 90° до нуля (э. д. с. генератора опережает по фазе ток генератора). В области частот, больших резонансной ($a > 0$), увеличение расстройки

сопровождается изменением $\varphi_{вх}$ от нуля до $-\infty$ и аргумента $\varphi_{вх}$ от нуля до -90° (э. д. с. генератора отстает по фазе от тока генератора).

Как видим, расстройка последовательного и параллельного контуров приводит к обратным изменениям их входных сопротивлений:

1. При резонансе входное сопротивление обоих контуров имеет активный характер, но для последовательного контура модуль этого сопротивления минимальный, а для параллельного — максимальный.

2. С увеличением расстройки в любом направлении от резонанса модуль входного сопротивления последовательного контура непрерывно увеличивается, а параллельного — непрерывно уменьшается.

3. Расстройка любого из этих контуров делает входное сопротивление комплексным, но при частотах, меньших резонансной, реактивная составляющая входного сопротивления последовательного контура имеет емкостный характер, а параллельного — индуктивный; при частотах, больших резонансной, реактивная составляющая входного сопротивления последовательного контура имеет индуктивный характер, а параллельного — емкостный. Такое различие во влиянии расстройки объясняется тем, что при последовательном соединении L и C характер их общего реактивного сопротивления определяется большим из сопротивлений, а при параллельном включении L и C — большей из проводимостей, т. е. меньшим из сопротивлений.

Пример 4. Построить графики зависимостей активной и реактивной составляющих, модуля и аргумента входного сопротивления параллельного контура I вида от относительной расстройки $\frac{\Delta f}{f_0} = 0 \div 0,05$. Контур при резонансной длине волны 15 м имеет емкость 20 пф и активное сопротивление 4 ом.

1. Характеристическое сопротивление контура

$$\varrho = \frac{530\lambda_0 (\text{м})}{C (\text{пф})} = \frac{530 \cdot 15}{20} = 398 \text{ ом.}$$

2 Добротность контура

$$Q = \frac{\varrho}{r} = \frac{398}{4} = 99,5.$$

Ход расчета по уравнениям (64)—(67) представлен в табл. 3 По данным табл. 3 построены графики (рис. 49) Из графиков видно, что максимум кривой $X_{\text{вх}}$ пересекает кривую $R_{\text{вх}}$ на уровне $\varrho Q/2$.

Таблица 3

$\frac{\Delta f}{f_0}$	$a = Q \frac{2\Delta f}{f_0}$	$1 + a^2$	$R_{\text{вх}} (\text{ом}) = \frac{\varrho Q}{1 + a^2}$	$X_{\text{вх}} (\text{ом}) = -\varrho Q \frac{a}{1 + a^2}$	$Z_{\text{вх}} (\text{ом}) = \sqrt{R_{\text{вх}}^2 + X_{\text{вх}}^2}$	$\varphi_{\text{вх}} = \text{arc tg } (-a)$
—0,05	—9,95	100	396	3 940	3 954	84° 16'
—0,04	—7,96	64,5	612,4	4 889	4 927	82° 50'
—0,03	—5,97	36,6	1 081	6 459	6 548	80° 30'
—0,02	—3,98	16,9	2 338	9 326	9 666	75° 54'
—0,01	—1,99	4,96	7 873	15 889	17 735	63° 18'
—0,005	—0,995	1,99	19 955	19 850	28 059	44° 48'
0	0	1	39 600	0	39 600	0
0,005	0,995	1,99	19 955	—19 850	28 059	—44° 48'
0,01	1,99	4,96	7 873	—15 889	17 735	—63° 18'
0,02	3,98	16,9	2 338	—9 326	9 666	—75° 54'
0,03	5,98	36,6	1 081	—6 459	6 548	—80° 30'
0,04	7,96	64,5	612,4	—4 889	4 927	—82° 50'
0,05	9,95	100	396	—3 940	3 954	—84° 16'

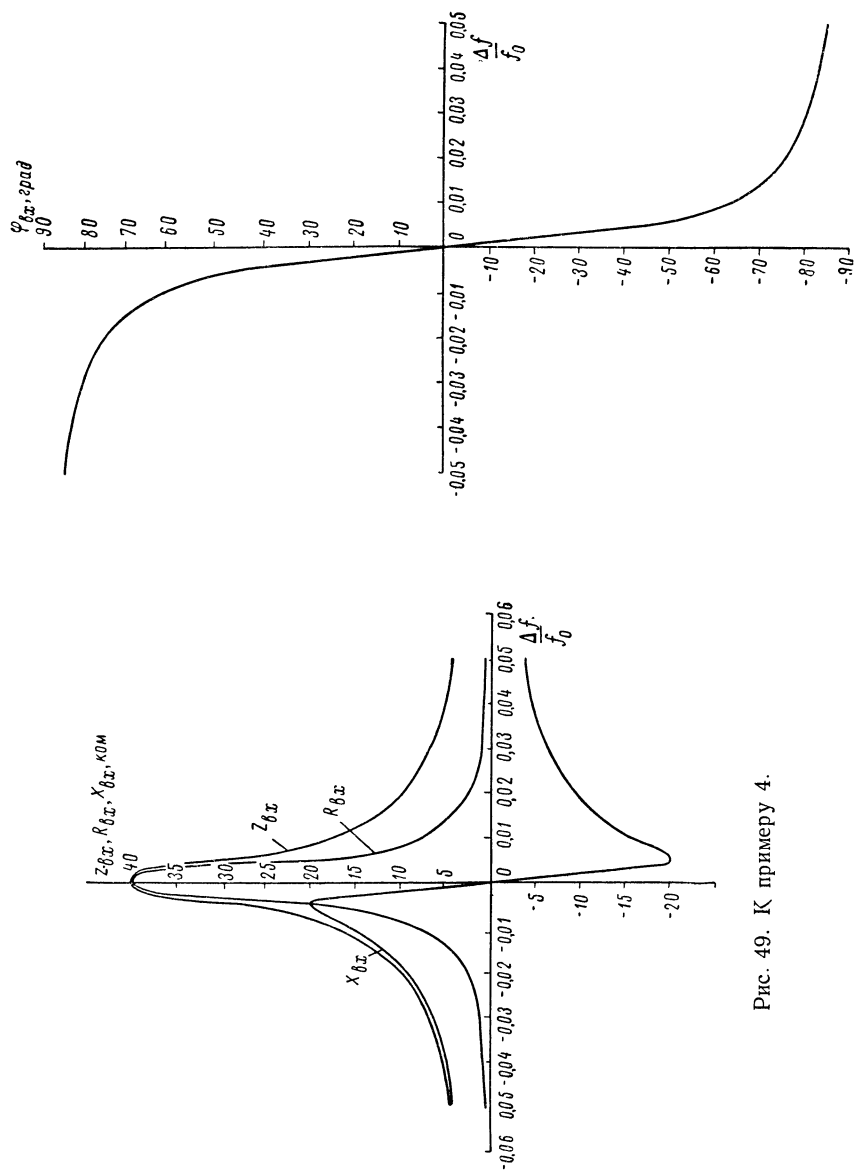


Рис. 49. К примеру 4.

§ 25. Коэффициент передачи напряжения параллельного контура

Из схемы включения параллельного контура (рис. 45, а) видно, что колебательный контур шунтируется внутренним сопротивлением генератора R_B . На основании формулы (28) можно утверждать, что активное сопротивление R_B , включенное параллельно индуктивному сопротивлению $\omega L = \omega_0 L = \varrho$ (или емкостному сопротивлению $\frac{1}{\omega C} \approx \frac{1}{\omega_0 C} = \varrho$), эквивалентно активному сопротивлению $r_B = \varrho^2/R_B$, включенному последовательно с индуктивностью L (или емкостью C). За счет этого сопротивление активных потерь контура увеличилось от r до $r + r_B$, а добротность контура понизилась от Q до

$$Q_3 = \frac{\varrho}{r + r_B} = \frac{\varrho}{r + \frac{\varrho^2}{R_B}} = \frac{\varrho}{r \left(1 + \frac{\varrho^2}{r R_B}\right)} = \frac{Q}{1 + \frac{R_{Bx}}{R_B}}, \quad (68)$$

где $R_{Bx} = \varrho^2/r$ — входное сопротивление одиночного параллельного контура при резонансе.

Анализ формулы (68) показывает, что эквивалентная добротность параллельного контура может быть высокой лишь при условии, что $R_B \gg R_{Bx}$. Поэтому параллельное (относительно источника э. д. с.) включение контура применяют, как правило, при большом внутреннем сопротивлении источника. Если же $R_B \ll R_{Bx}$, то можно пренебречь падением напряжения на внутреннем сопротивлении источника э. д. с. и считать равными выходное напряжение контура \dot{U}_2 и э. д. с. генератора E_1 . Это равнозначно тому, что коэффициент передачи напряжения четырехполюсника при всех частотах равен единице ($K = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = 1$)

и контур не может быть использован для частотной избирательности по напряжению. Потеря резонансных свойств объясняется шунтированием контура малым активным внутренним сопротивлением R_B .

Синусоидальная э. д. с. \dot{E}_1 при внутреннем сопротивлении R_B генератора и входном сопротивлении контура Z_{Bx} вызывает в питающей цепи ток

$$i_1 = \frac{\dot{E}_1}{R_B + Z_{Bx}}.$$

Выходное напряжение \dot{U}_2 снимается с контура. Поэтому

$$\dot{U}_2 = i_1 Z_{Bx} = \frac{\dot{E}_1 Z_{Bx}}{R_B + Z_{Bx}},$$

а коэффициент передачи напряжения

$$\dot{K} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}_1} = \frac{Z_{\text{вх}}}{R_{\text{в}} + Z_{\text{вх}}}.$$

Так как параллельный контур обычно используют при внутреннем сопротивлении источника э. д. с. $R_{\text{в}}$, значительно большем модуля входного сопротивления контура $z_{\text{вх}}$, то при определении модуля коэффициента передачи напряжения K пренебрегаем сопротивлением $z_{\text{вх}}$ по сравнению с $R_{\text{в}}$:

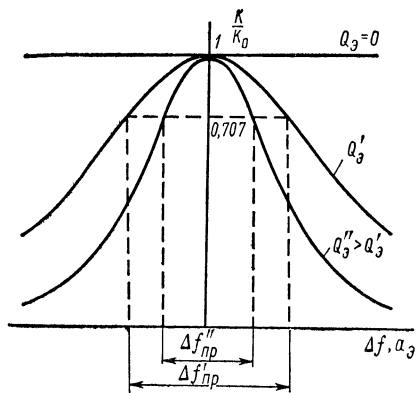


Рис. 50. Амплитудно-частотные характеристики параллельного контура в относительных координатах.

$$\begin{aligned} K &\approx \frac{z_{\text{вх}}}{R_{\text{в}}} = \\ &= \frac{qQ}{R_{\text{в}} \sqrt{1 + Q_{\text{э}}^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}} = \\ &= \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{в}} \sqrt{1 + Q_{\text{э}}^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}}. \end{aligned}$$

В знаменателе дроби добротность Q заменена эквивалентной добротностью $Q_{\text{э}}$, чтобы учесть влияние шунтирования контура сопротивлением $R_{\text{в}}$ на избирательность схемы, т. е. на изменение коэффициента передачи напряжения контура при его расстройке.

В случае резонанса ($\Delta f = 0$) коэффициент передачи напряжения параллельного контура равен

$$K_0 = \frac{qQ}{R_{\text{в}}} = \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{в}}}. \quad (69)$$

Разделив K на K_0 , получим уравнение амплитудно-частотной характеристики параллельного контура в относительных координатах (уравнение избирательности):

$$Y = \frac{K}{K_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_{\text{э}}^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}}. \quad (70)$$

Построенная по этому уравнению характеристика (рис. 50) имеет такую же форму, как и для последовательного контура. Следовательно, применение любого одиночного колебательного контура не разрешает противоречия между избирательностью и частотными искажениями.

Полоса пропускания контура $\Delta f_{\text{пр}}$, характеризующая частотные искажения, определяется как разность частот, в пределах

которой коэффициент передачи напряжения K понижается не более определенного уровня, обычно до $0,707 = 1/\sqrt{2}$ от резонансного коэффициента K_0 . На этом уровне мощность колебаний в контуре в $(\sqrt{2})^2 = 2$ раза меньше, чем при резонансе. Подстановка $K/K_0 = 1/\sqrt{2}$ и $2\Delta f = \Delta f_{\text{пр}}$ в выражение (70) дает

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2 \left(\frac{\Delta f_{\text{пр}}}{f_0} \right)^2}},$$

откуда полоса пропускания контура с учетом выражения (68)

$$\Delta f_{\text{пр}} = \frac{f_0}{Q_s} = \frac{f_0}{Q} \left(1 + \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{в}}} \right). \quad (71)$$

Как видим, внутреннее сопротивление генератора оказывает существенное влияние на полосу пропускания параллельного контура. Если подставить в формулу (71) значения $R_{\text{в}} = \infty$; $R_{\text{вх}}; 0$, то соответственно получим $\Delta f_{\text{пр}} = f_0/Q$; $2f_0/Q$; ∞ . Этот результат объясняется следующим: при $R_{\text{в}} = \infty$ контур фактически не шунтируется и полоса пропускания получается такой же, как и у одиночного контура; при $R_{\text{в}} = R_{\text{вх}}$ потери на внутреннем сопротивлении генератора снижают эквивалентную добротность до половины добротности одиночного контура, в связи с чем полоса пропускания удваивается; когда же $R_{\text{в}} = 0$ (или $Q_s = 0$), то сопротивление генератора $R_{\text{в}}$ замыкает контур накоротко по переменному току, напряжение на контуре уже не зависит от частоты, а это равнозначно бесконечно большой полосе пропускания.

В широкополосных схемах иногда приходится искусственно снижать эквивалентную добротность контура. Это осуществляют включением активного сопротивления параллельно контуру. Для подсчета полосы пропускания такого контура в формулу (71) следует подставить вместо сопротивления $R_{\text{в}}$ общее шунтирующее сопротивление, подсчитанное с учетом $R_{\text{в}}$.

§ 26. Примеры применения параллельного контура

Параллельный контур $L_{\text{ф}}, C_{\text{ф}}$ может служить фильтром для подавления помех во входной цепи приемника, если включить его последовательно с входным контуром $L_{\text{вх}}, C_{\text{вх}}$ (рис. 51). Как и в схеме, показанной на рис. 44, фильтр настраивают в резонанс на частоту помехи $f_{\text{п}}$, а входной контур — на несущую частоту полезного сигнала $f_{\text{с}}$. Вследствие того, что входное (между точками A, b) сопротивление параллельного контура мало при расстройке и велико при резонансе, ток сигнала почти беспрепятственно проходит во входной контур, а ток помехи ослабляется в нем фильтром. В дальнейшем входной контур усиливает полезный сигнал за счет резонанса напряжений и дополнительно

ослабляет помеху. Как видим, фильтр в виде параллельного контура, называемый иначе фильтром-пробкой, выполняет те же функции, что и последовательный контур в схеме (рис. 44), но так как расстройка этих контуров вызывает обратные изменения их входных сопротивлений, то включены они по-разному.

Широкое применение получил параллельный контур в качестве нагрузки генераторов и усилителей высокой частоты. На рис. 52, а показана принципиальная схема лампового резонансного усилителя. Такой усилитель должен не только увеличивать напряжение

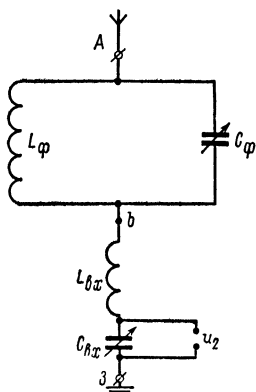


Рис. 51. Схема для подавления помех посредством фильтра-пробки.

высокой частоты по амплитуде, но и обладать частотной избирательностью. Для увеличения амплитуды колебаний в схему введена электронная лампа L_1 , а для осуществления избирательности в качестве ее анодной нагрузки применен колебательный контур L, C . В данном случае это должен быть только параллельный контур, потому что внутреннее сопротивление лампы, питающей контур, велико.

Усиленное напряжение с контура L, C подается через переходную цепь C_c, R_c на управляющую сетку лампы следующего каскада. Источники напряжений смещения E'_c, E''_c и анодного питания E_a блокируются конденсаторами большой емкости C_1, C_2, C_3 . При составлении эквивалентной схемы усилителя для токов высокой частоты (рис. 52, б) эти конденсаторы, как и разделительный конденсатор C_c , считаем короткозамкнутыми. Далее, так как амплитуда э. д. с. между анодом и катодом больше амплитуды переменного напряжения на сетке U_{mc} в μ раз, а сопротивление между этими электродами для переменного тока равно R_v^* (μ — статический коэффициент усиления, R_a — внутреннее сопротивление лампы), то участок анод — катод представлен на эквивалентной схеме в виде источника э. д. с. μU_{mc} с внутренним сопротивлением R_v . Наконец, на схеме рис. 52, б учтены еще активная составляющая входного сопротивления следующей лампы R_0 и паразитная емкость схемы C_0 .

Полученная эквивалентная схема может быть упрощена, если объединить емкости C и C_0 в одну емкость $C + C_0$ и пересчитать сопротивления R_c и R_0 из параллельного соединения относительно реактивного сопротивления $\omega_0 L = q$ в последовательное. Тогда нагрузка анодной цепи лампы принимает вид параллельного контура $L, C + C_0, r'$ (рис. 52, в) и, согласно формуле (28), сопротив-

* Это сопротивление часто обозначают R_i .

ление r' будет равно

$$r' = r + \frac{Q^2}{R_0} + \frac{Q^2}{R_c} = r \left(1 + \frac{Q^2}{rR_0} + \frac{Q^2}{rR_c} \right) = r \left(1 + \frac{R_{BX}}{R_0} + \frac{R_{BX}}{R_c} \right),$$

где R_{BX} — входное сопротивление контура $L, C + C_0$, r без учета шунтирующих его сопротивлений; если же учесть влияние R_0

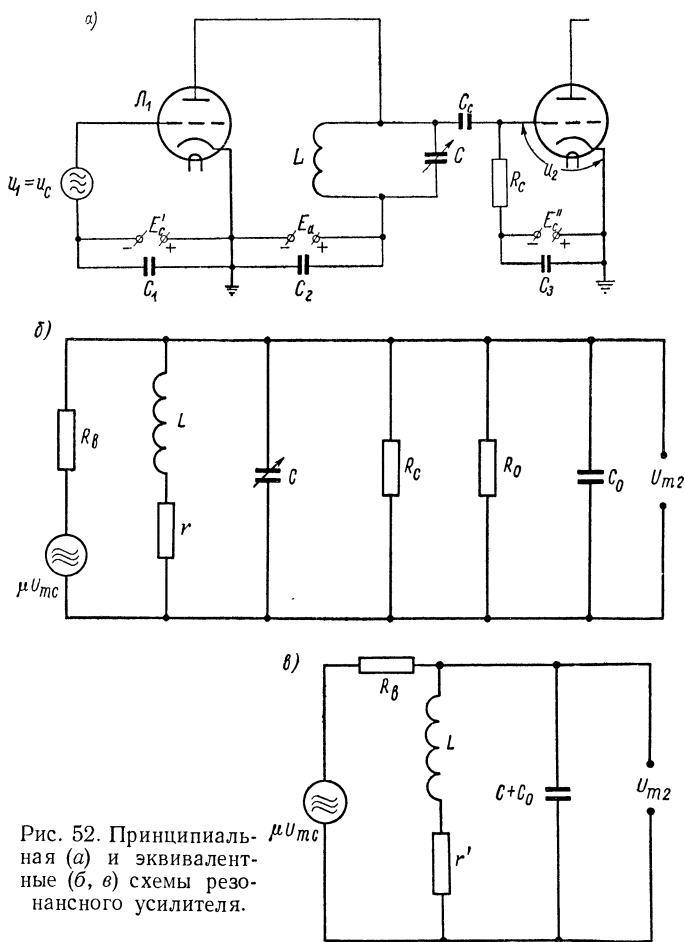


Рис. 52. Принципиальная (а) и эквивалентные (б, в) схемы резонансного усилителя.

и R_c , то входное сопротивление контура выразится в виде

$$R'_{BX} = \frac{Q^2}{r'} = \frac{Q^2}{\left(1 + \frac{R_{BX}}{R_c} + \frac{R_{BX}}{R_0} \right)} = \frac{R_{BX}}{1 + \frac{R_{BX}}{R_c} + \frac{R_{BX}}{R_0}}.$$

Отношение амплитуды выходного напряжения U_{m2} к амплитуде э. д. с. μU_{mc} можно рассматривать как коэффициент передачи

напряжения данного четырехполюсника K_0 . На этом основании пользуемся формулой (69), согласно которой

$$K_0 = \frac{U_{m2}}{\mu U_{mc}} = \frac{R'_{BX}}{R_B}.$$

Резонансный коэффициент усиления всего усилителя K_{0y} определяется относительно сеточного напряжения и, следовательно,

$$K_{0y} = \frac{U_{m2}}{U_{mc}} = \frac{\mu R'_{BX}}{R_B} = SR'_{BX},$$

где S — крутизна характеристики анодного тока лампы.

Это подтверждает целесообразность применения параллельного контура в качестве нагрузки резонансного усилителя: большое входное сопротивление контура при резонансе R'_{BX} обеспечивает большой резонансный коэффициент усиления каскада, а уменьшение этого сопротивления при расстройке контура соответственно уменьшает коэффициент усиления каскада, т. е. создает необходимую частотную избирательность. Последняя в полной мере характеризуется эквивалентной добротностью Q_s , которая вычисляется с учетом шунтирования контура элементами схемы R_B , R_C , R_0 , имеющими общую проводимость

$$\frac{1}{R_{ш}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_0}.$$

В схеме, изображенной на рис. 45, а, контур шунтировался только сопротивлением R_B , а в данном случае — общим сопротивлением $R_{ш}$. Поэтому если в выражении (68) R_B заменить на $R_{ш}$, то получим эквивалентную добротность колебательной цепи усилителя

$$Q_s = \frac{Q}{1 + \frac{R_{BX}}{R_{ш}}} = \frac{Q}{1 + \frac{R_{BX}}{R_B} + \frac{R_{BX}}{R_C} + \frac{R_{BX}}{R_0}}. \quad (72)$$

Отсюда видно, что избирательные свойства усилителя тем выше, чем больше каждое из сопротивлений R_B , R_C и R_0 по сравнению с входным сопротивлением одиночного контура R_{BX} .

=====

ГЛАВА V

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

§ 27. Схемы связанных контуров

Связанными контурами называется совокупность двух или более контуров, включенных таким образом, чтобы электромагнитные колебания, происходящие в одном контуре, передавались в другой.

В двухконтурной системе контур, называемый *первичным*, питается непосредственно от источника э. д. с., а другой контур — *вторичный* — получает энергию от первичного. Между контурами должен быть элемент связи, обладающий так называемым сопротивлением связи $Z_{св}$. В зависимости от характера этого сопротивления различают схемы с трансформаторной (индуктивной), автотрансформаторной, внутренней емкостной, внешней емкостной и другими видами связи.

В схеме с трансформаторной связью (рис. 53, а) ток первичного контура I_1 , вызванный э. д. с. генератора E_1 , проходит через катушку индуктивности L_1 и возбуждает магнитное поле, которое индуцирует э. д. с. в катушке L_2 , а эта э. д. с. вызывает ток I_2 во вторичном контуре. Следовательно, в данной схеме сопротивление связи $Z_{св} = j\omega M$, где M — взаимная индуктивность между контурами.

В схеме с автотрансформаторной связью (рис. 53, б) связь осуществляется вследствие того, что ток первичного контура I_1 индуцирует э. д. с. самоиндукции в катушке связи $L_{св}$, общей для обоих контуров. Здесь сопротивление связи $Z_{св} = j\omega L_{св}$.

В схеме с внутренней емкостной связью (рис. 53, в) элементом связи служит конденсатор $C_{св}$, на котором при наличии тока в первичном контуре образуется э. д. с. емкости. Следовательно, в данной схеме сопротивление связи $Z_{св} = 1/j\omega C_{св}$.

В схеме с внешней емкостной связью (рис. 53, г) ток первичного контура вызывает падение напряжения на конденсаторе C_1 ; оно распределяется между конденсаторами $C_{св}$

и C_2 , и та часть напряжения, которая приходится на емкость C_2 , возбуждает ток I_2 во вторичном контуре.

Количественно степень связи между контурами оценивается коэффициентом связи k . В случае трансформаторной связи коэффициент связи первичного контура со вторичным k_{12} показывает, какую часть от напряжения на всей индуктивности первичного контура L_1 (на рис. 53 $L_I = L_1$ и $L_{II} = L_2$) составляет напряжение, снимаемое с сопротивления связи ωM :

$$k_{12} = \frac{U_{св}}{U_{L_1}} = \frac{I_1 \omega M}{I_1 \omega L_1} = \frac{M}{L_1}.$$

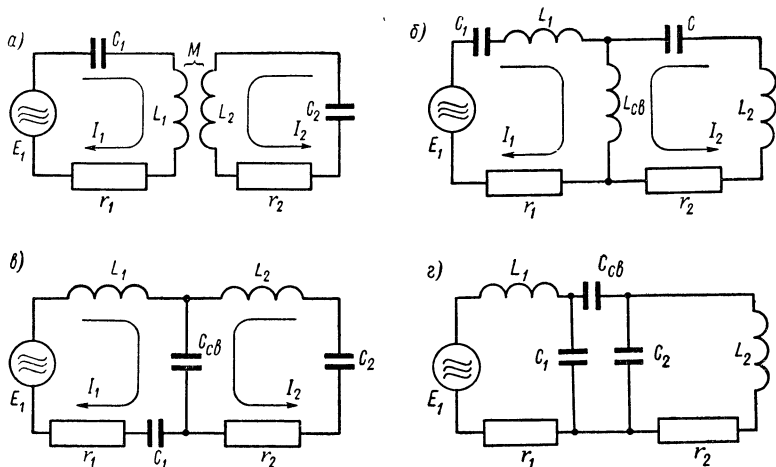


Рис. 53. Основные схемы связанных контуров.

Коэффициент связи вторичного контура с первичным k_{21} можно аналогично записать в виде отношения напряжения на сопротивлении связи ωM к напряжению на всей индуктивности вторичного контура L_{II} :

$$k_{21} = \frac{U_{св}}{U_{L_{II}}} = \frac{I_2 \omega M}{I_2 \omega L_{II}} = \frac{M}{L_{II}}.$$

Общий коэффициент связи k равен среднему геометрическому от коэффициентов k_{12} и k_{21} :

$$k = \sqrt{k_{12} \cdot k_{21}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_{II}}}. \quad (73)$$

Если умножить числитель и знаменатель дроби на частоту колебаний в контурах ω , то получим формулу коэффициента связи, которую можно применить и для схем с автотрансформаторной и внутренней емкостной связью

$$k = \frac{\omega M}{\sqrt{\omega L_I \omega L_{II}}} = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_{L_I} x_{L_{II}}}}, \quad (74)$$

где $x_{св}$ — реактивное сопротивление элемента связи;
 x_I, x_{II} — суммарные реактивные сопротивления элементов
 первичного и вторичного контуров, имеющих
 такой же знак (характер), как и элемент связи.

Например, для схемы с автотрансформаторной связью

$$x_{св} = \omega L_{св}; x_I = \omega L_I = \omega (L_1 + L_{св}); x_{II} = \omega L_{II} = \omega (L_2 + L_{св})$$

и

$$k = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_I x_{II}}} = \frac{\omega L_{св}}{\sqrt{\omega (L_1 + L_{св}) \omega (L_2 + L_{св})}} = \frac{L_{св}}{\sqrt{(L_1 + L_{св})(L_2 + L_{св})}}, \quad (75)$$

а для схемы с внутренней емкостной связью

$$k = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_I x_{II}}} = \frac{\frac{1}{\omega C_{св}}}{\sqrt{\frac{1}{\omega C_I} \cdot \frac{1}{\omega C_{II}}}} = \frac{\sqrt{C_I C_{II}}}{C_{св}}. \quad (76)$$

В последней формуле $C_I = \frac{C_1 C_{св}}{C_1 + C_{св}}$ и $C_{II} = \frac{C_2 C_{св}}{C_2 + C_{св}}$ — общие емкости первичного и вторичного контуров.

В случае внешней емкостной связи коэффициент связи выражается формулой

$$k = \frac{C_{св}}{\sqrt{(C_{св} + C_1)(C_{св} + C_2)}}.$$

Обычно емкость $C_{св}$ мала по сравнению с емкостями C_1 и C_2 , и поэтому можно пользоваться упрощенной формулой

$$k = \frac{C_{св}}{\sqrt{C_1 C_2}}.$$

Очевидно, что коэффициент связи в любой схеме можно увеличить за счет сопротивления связи, т. е. путем увеличения взаимной индуктивности M в трансформаторной схеме, увеличения индуктивности связи $L_{св}$ в автотрансформаторной схеме, уменьшения емкости связи $C_{св}$ при внутренней емкостной связи и увеличения $C_{св}$ при внешней емкостной связи.

§ 28. Входное сопротивление связанных контуров

Электродвижущая сила генератора \dot{E}_1 компенсирует падение напряжения на полном сопротивлении первичного контура Z_1 при замыкании через него тока этого контура \dot{I}_1 и, кроме того, падение напряжения, образованное на сопротивлении связи $Z_{св}$ током вторичного контура \dot{I}_2 . Следовательно, по второму закону Кирхгофа

$$\dot{E} = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_{св}. \quad (77)$$

Во вторичном контуре имеется лишь э. д. с., обусловленная током первичного контура, проходящим через сопротивление связи $Z_{св}$. Эта э. д. с., равная $I_1 Z_{св}$, вызывает ток \dot{I}_2 в полном сопротивлении вторичного контура Z_2 . Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{I}_1 Z_{св} + \dot{I}_2 Z_2; \\ \dot{I}_2 &= -\dot{I}_1 \frac{Z_{св}}{Z_2}. \end{aligned} \quad (78)$$

Подставляем формулу (78) в (77):

$$\dot{E}_1 = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_{св} = \dot{I}_1 \left(Z_1 - \frac{Z_{св}^2}{Z_2} \right).$$

Выражение в скобках определяет *входное сопротивление связанных контуров*, поскольку для вычисления полного сопротивления, оказываемого току генератора, нужно разделить э. д. с. генератора \dot{E}_1 на ток генератора \dot{I}_1 . Входное сопротивление $Z_{вх}$ можно выразить через активное r_1 и реактивное x_1 сопротивления первичного контура, активное r_2 и реактивное x_2 сопротивления вторичного контура и реактивное сопротивление связи $x_{св}$, если иметь в виду, что $Z_1 = r_1 + jx_1$; $Z_2 = r_2 + jx_2$; $Z_{св} = jx_{св}$:

$$Z_{вх} = Z_1 - \frac{Z_{св}^2}{Z_2} = r_1 + jx_1 - \frac{(jx_{св})^2}{r_2 + jx_2} = r_1 + jx_1 + \frac{x_{св}^2}{r_2 + jx_2}.$$

Для выделения активной $R_{вх}$ и реактивной $X_{вх}$ составляющих входного сопротивления связанных контуров освобождаемся от мнимого члена в знаменателе дроби:

$$\begin{aligned} Z_{вх} &= r_1 + jx_1 + \frac{x_{св}^2}{r_2 + jx_2} \cdot \frac{r_2 - jx_2}{r_2 - jx_2} = r_1 + jx_1 + \\ &+ \frac{x_{св}^2}{r_2^2 + x_2^2} r_2 - j \frac{x_{св}^2}{r_2^2 + x_2^2} x_2 = \left(r_1 + \frac{x_{св}^2}{z_2^2} r_2 \right) + j \left(x_1 - \frac{x_{св}^2}{z_2^2} x_2 \right), \end{aligned}$$

здесь z_2 — модуль полного сопротивления вторичного контура.

Из полученного выражения ясно, что полное входное сопротивление имеет комплексный характер

$$Z_{вх} = R_{вх} + jX_{вх},$$

причем активная составляющая входного сопротивления связанных контуров

$$R_{вх} = r_1 + \frac{x_{св}^2}{z_2^2} r_2, \quad (79)$$

а реактивная составляющая

$$X_{вх} = x_1 - \frac{x_{св}^2}{z_2^2} x_2. \quad (80)$$

Наличие составляющих $R_{\text{вх}}$ и $X_{\text{вх}}$ во входном сопротивлении системы контуров свидетельствует о сдвиге по фазе между током I_1 и э. д. с. E_1 генератора:

$$\varphi_{\text{вх}} = \arctg \frac{X_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}. \quad (81)$$

Если бы не было вторичного контура, то $R_{\text{вх}}$ было равно r_1 , а $X_{\text{вх}} = x_1$. Следовательно, вторые слагаемые в выражениях (79) и (80) обусловлены влиянием вторичного контура, и поэтому они называются *вносимыми сопротивлениями из вторичного контура в первичный* $r_{\text{вн}}$, $x_{\text{вн}}$:

$$R_{\text{вх}} = r_1 + r_{\text{вн}}; \quad X_{\text{вх}} = x_1 + x_{\text{вн}}. \quad (82)$$

Сопоставив выражение (82) с (79), а затем с (80), можно убедиться в том, что активная и реактивная составляющие сопротивления, вносимого из вторичного контура в первичный, соответственно равны:

$$r_{\text{вн}} = \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} r_2; \quad (83)$$

$$x_{\text{вн}} = - \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} x_2. \quad (84)$$

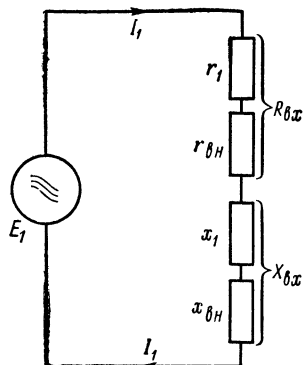


Рис. 54. Эквивалентная схема связанных контуров.

Знак минус указывает на то, что реактивное сопротивление, вносимое из вторичного контура в первичный, противоположно по знаку реактивному сопротивлению вторичного контура. Эквивалентная схема связанных контуров приведена на рис. 54.

§ 29. Физический смысл вносимых сопротивлений

Рассмотрим физический смысл вносимых сопротивлений на примере индуктивно связанных контуров (рис. 53, а). Допустим, что оба контура в отдельности настроены в резонанс на частоту генератора ω_0 , т. е. $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$. Ток первичного контура I_1 наводит во вторичном контуре э. д. с., которая по законам электромагнитной индукции равна $E_2 = I_1 \omega_0 M$. Эта э. д. с. отстает по фазе на 90° от I_1 (рис. 55, а). Поскольку $x_2 = 0$, ток во вторичном контуре получается синфазным с E_2 и равным

$$I_2 = \frac{E_2}{r_2} = \frac{I_1 \omega_0 M}{r_2}.$$

Этот ток, в свою очередь, наводит э. д. с. E'_1 в первичном контуре, которая отстает по фазе на 90° от I_2 и равна

$$E'_1 = I_2 \omega_0 M = \frac{I_1 \omega_0^2 M^2}{r_2}.$$

Из векторной диаграммы видно, что э. д. с. генератора E_1 совпадает по фазе с током I_1 (сопротивление $x_1 = 0$) и находится в противофазе с наведенной э. д. с. E'_1 . Значит, ток генератора

$$I_1 = \frac{E_1 - E'_1}{r_1} = \frac{E_1}{r_1} - \frac{I_1 \omega_0^2 M^2}{r_1 r_2} = \frac{1}{r_1} \left(E_1 - \frac{I_1 \omega_0^2 M^2}{r_2} \right),$$

откуда

$$E_1 = I_1 r_1 + I_1 \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} = I_1 \left(r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} \right).$$

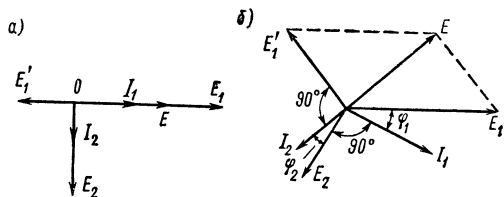


Рис. 55. Векторные диаграммы э. д. с. и токов в индуктивно связанных контурах.

Входное сопротивление контура $R_{\text{вх}} = E_1/I_1$ оказалось чисто активным и состоящим из двух слагаемых:

$$R_{\text{вх}} = r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2}. \quad (85)$$

Первое слагаемое — собственное сопротивление первичного контура r_1 , а второе — вносимое сопротивление

$$r_{\text{вн}} = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2}. \quad (86)$$

Эти же формулы можно получить из выражений (82)—(84), если в них подставить $x_1 = 0$, $x_2 = 0$:

$$r_{\text{вн}} = \frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} r_2 = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} r_2 = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2};$$

$$x_{\text{вн}} = -\frac{x_{\text{св}}^2}{z_2^2} x_2 = -\frac{\omega_0^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} x_2 = 0;$$

$$R_{\text{вх}} = r_1 + r_{\text{вн}} = r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2};$$

$$X_{\text{вх}} = x_1 + x_{\text{вн}} = 0 + 0 = 0.$$

Из сказанного следует, что один и тот же ток генератора можно выразить двумя формулами:

$$I_1 = \frac{E_1 - E'_1}{r_1} \quad \text{и} \quad I_1 = \frac{E_1}{R_{\text{вх}}} = \frac{E_1}{r_1 + r_{\text{вн}}}.$$

Первая формула показывает, что ток в первичном контуре уменьшился на величину E'_1/r_1 — за счет противо-э. д. с. E'_1 , индуцированной током вторичного контура. Вторая формула позволяет определить уменьшение тока I_1 как результат увеличения сопротивления первичного контура r_1 на величину вносимого сопротивления $r_{\text{вн}}$. Ясно, что из одной цепи в другую физически нельзя «внести» никакие сопротивления. Эти сопротивления — условное понятие, при помощи которого учитывается изменение тока в данном контуре под влиянием э. д. с., наводимой в нем током другого контура. Если отключить вторичный контур и одновременно в первичный контур ввести сопротивление $r_{\text{вн}}$, то ток в этом контуре не изменится. Отсюда следует вывод, что мощность, переходящая во вторичный контур, равна мощности, выделяемой на сопротивлении, вносимом в первичный контур.

Мы рассмотрели частный случай, когда оба контура были порознь настроены в резонанс, в связи с чем вторичный контур не изменял настройки первичного контура ($x_{\text{вн}} = 0$) и вносимое сопротивление имело чисто активный характер.

В более общем случае векторная диаграмма напряжений и токов в схеме строится следующим образом (рис. 55, б). Электродвижущая сила генератора E_1 вызывает в первичном контуре ток I_1 со сдвигом по фазе на угол $\varphi_1 = \arctg \frac{X_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}$. Этот ток индуцирует во вторичном контуре э. д. с. E_2 с отставанием по фазе на угол 90° . Под влиянием E_2 возникает ток во вторичном контуре I_2 , сдвинутый по фазе относительно E_2 на угол $\varphi_2 = \arctg \frac{x_2}{r_2}$.

Ток I_2 индуцирует в первичном контуре э. д. с. E'_1 с отставанием по фазе на 90° . Вектор E'_1 расположен произвольно относительно вектора э. д. с. генератора E_1 ; в отличие от предыдущего случая, когда результирующая э. д. с. в первичном контуре была равна $E = E_1 - E'_1$ и совпадала по фазе с э. д. с. генератора E_1 , в данном, более общем случае, результирующая э. д. с. E отличается от E_1 не только численно, но и по фазе. Значит, вторичный контур вызывает в первичном расстройку, что равнозначно внесению наряду с активным сопротивлением $r_{\text{вн}}$ реактивного сопротивления $x_{\text{вн}}$.

Итак, в любых условиях вносимые сопротивления — условное понятие, посредством которого можно рассчитать изменение тока (как по величине, так и по фазе), происходящее под действием э. д. с., наводимой в данной цепи током другой цепи.

Соотношение между сопротивлениями $r_{\text{вн}}$ и r_1 может характеризовать величину связи между контурами. Если $r_{\text{вн}} \ll r_1$, то никакой реакции вторичного контура на первичный не обнаруживается и связь называется очень слабой. При $r_{\text{вн}} < 0,5r_1$ она именуется слабой, при $r_{\text{вн}} > 0,5r_1$ — сильной, когда же $r_{\text{вн}} \gg r_1$ связь называется очень сильной и тогда почти вся энергия переходит из первичного контура во вторичный.

§ 30. Частные резонансы

На рис. 56 связанные контуры представлены в виде четырех-полюсника, на вход которого подается э. д. с. E_1 , а выходное напряжение U_2 снимается с емкостного сопротивления $1/\omega C_2$.

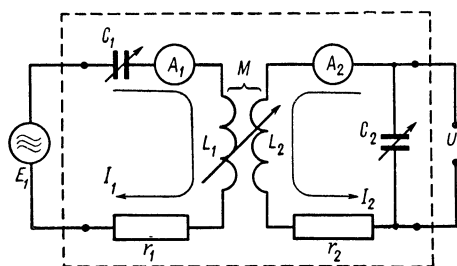


Рис. 56. Связанные контуры как четырех-полюсник.

В области частот, близких к собственной частоте контуров ω_0 , сопротивление $1/\omega C_2 \approx 1/\omega_0 C_2 = \varrho_2$ и выходное напряжение $U_2 = I_2 \varrho_2$. Отсюда следует вывод, что для получения наибольшего коэффициента передачи напряжения ток во вторичном контуре I_2 должен быть максимальным. При этом мощность колебаний во вторичном контуре также должна быть максимальной.

Необходимые ток и напряжение во вторичном контуре устанавливаются настройкой контуров в резонанс. Элементами настройки служат: в первичном контуре — конденсатор переменной емкости C_1 (им изменяется реактивное сопротивление x_1), во вторичном контуре — конденсатор переменной емкости C_2 (им регулируется реактивное сопротивление x_2) и взаимная индуктивность между контурами M (ею регулируется сопротивление связи $x_{\text{св}}$, а следовательно, и вносимые сопротивления $r_{\text{вн}}$ и $x_{\text{вн}}$).

Различают несколько видов резонанса. Сначала рассмотрим первый и второй частные резонансы.

Первый частный резонанс — это такое явление, при котором максимумы коэффициента передачи напряжения и тока во вторичном контуре достигаются только настройкой первичного контура. *Вторым частным резонансом* называется явление, при котором максимумы коэффициента передачи напряжения и тока во вторичном контуре получаются только в результате настройки вторичного контура. При первом и втором частном резонансах эти максимумы еще не достигают того предела, который наблюдается при полной настройке.

Будем поддерживать неизменной частоту и амплитуду э. д. с. генератора, изменяя лишь собственную частоту первичного контура ω_1 конденсатором C_1 . При этом изменится реактивное сопротивление первичного контура x_1 , а с ним и реактивная составляющая входного сопротивления четырехполюсника $X_{вх} = x_1 + x_{вн}$. Когда собственная частота ω_1 станет равной некоторой величине ω_{01} , сопротивления x_1 и $x_{вн}$ компенсируют друг друга и тогда $X_{вх}$ будет равна нулю, а ток первичного контура I_1 будет максимальным (рис. 57, а). Очевидно, что максимума достигнут и э. д. с. и ток во вторичном контуре I_2 , т. е. наступит первый частный резонанс. Делаем вывод: при отклонении собственной частоты первичного контура ω_1 от частоты первого частного резонанса ω_{01} токи в обоих контурах уменьшаются.

Далее конденсатором C_2 будем изменять собственную частоту вторичного контура ω_2 , не изменяя амплитуды и частоты э. д. с. генератора. Так как от частоты ω_2 зависит реактивное сопротивление вторичного контура x_2 , то таким способом можно добиться, чтобы сопротивление x_2 было численно равно и противоположно по знаку реактивному сопротивлению, вносимому из первичного контура во вторичный. Полное сопротивление вторичного контура в этом случае станет чисто активным и минимальным, а ток в этом контуре I_2 — максимальным (рис. 57, б), т. е. наступит второй частный резонанс.

Увеличение тока I_2 сопровождается ростом э. д. с., индуцируемой этим током в первичном контуре. Вместе с индуцируемой э. д. с. растет и сопротивление, вносимое из вторичного контура в первичный. В результате понижается ток в первичном контуре. Делаем вывод: отклонение собственной частоты ω_2 от частоты второго частного резонанса ω_{02} сопровождается уменьшением тока во вторичном контуре I_2 и увеличением тока в первичном контуре I_1 .

Изменения токов в контурах, показанные на рис. 57, справедливы, строго говоря, при небольшой расстройке контуров (рис. 53, б).

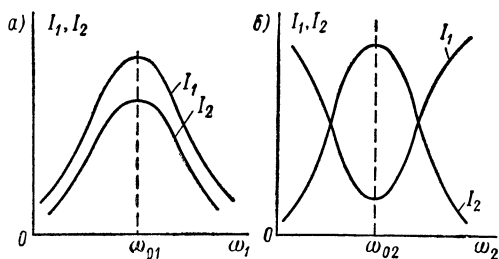


Рис. 57. Зависимость токов в связанных контурах от собственных частот первичного (а) и вторичного (б) контуров.

§ 31. Полный резонанс

Предельный максимум тока во вторичном контуре достигается при *полном и сложном резонансе*. В случае полного резонанса он является результатом изменения реактивных сопротивлений обоих

контуров и подбора наиболее выгодной связи между ними, а в случае сложного резонанса — результатом изменения реактивного сопротивления одного из контуров до получения в схеме частного резонанса и последующей регулировки связи между контурами. Настройка в полный резонанс производится в такой последовательности:

1) при отключенном вторичном контуре настраивают первичный контур с целью получить в нем наибольший ток I_{1m} ; поскольку еще нет вносимых сопротивлений, ток I_{1m} получается при собственной частоте контура ω_0 , равной частоте генератора, и, следовательно, при нулевом реактивном сопротивлении первичного контура ($x_1 = 0$);

2) устанавливают весьма слабую связь и настраивают вторичный контур до образования в нем наибольшего тока I_{2m} ; так как связь очень слабая, то вносимыми сопротивлениями можно пренебречь и считать, что ток I_{2m} получается при $x_2 = 0$, т. е. когда собственная частота вторичного контура равна той же частоте генератора ω_0 ;

3) усиливают связь между контурами до тех пор, пока ток во вторичном контуре не достигнет своего предельного максимума (максимум — максимумума) I_{2mm} .

Убедимся в том, что такой максимум существует.

После первых двух этапов настройки ($x_1 = 0$ и $x_2 = 0$) реактивные составляющие вносимого и входного сопротивлений равны нулю:

$$x_{вн} = -\frac{\omega_0^2 M^2}{\omega_2^2} x_2 = 0; \quad X_{вх} = x_1 + x_{вн} = 0.$$

Остаются лишь активные составляющие сопротивлений, из которых вносимое сопротивление определяется по формуле (86), а входное — по формуле (85). Следовательно, ток в первичном контуре

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{вх}} = \frac{E_1}{r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2}},$$

а э. д. с. и ток во вторичном контуре соответственно равны

$$\begin{aligned} E_2 &= I_1 x_{св} = \frac{E_1 \omega_0 M}{\omega_0^2 M^2}; \\ I_2 &= \frac{E_2}{r_2} = \frac{E_1 \omega_0 M}{r_2 \left(r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} \right)}. \end{aligned} \quad (87)$$

На основании выражения (87) изобразим зависимость тока вторичного контура I_2 от взаимной индуктивности M (рис. 58). Когда $M = 0$, то и $I_2 = 0$. Поскольку взаимная индуктивность M входит в числитель этого выражения в первой степени, а в знаменатель во второй, то с увеличением взаимной индуктивности ток I_2 сначала возрастает, а затем падает (в первом случае сказывается быстрый рост сопротивления связи, а во втором — более быстрое понижение тока в первичном контуре). Максимум ток вторичного контура достигает при полном резонансе. Связь, при которой наступает полный резонанс, называется *оптимальной*. Эта связь еще называется *критической*, так как ей соответствует, как мы убедимся, существенный переход амплитудно-частотной характеристики от одной формы к другой.¹

Остается уточнить, какие значения имеют при критической связи взаимная индуктивность ($M = M_{кр}$), сопротивление связи ($x_{св} = x_{св. кр}$), коэффициент связи ($k = k_{кр}$), токи в контурах и коэффициент передачи напряжения.

Из эквивалентной схемы связанных контуров (рис. 54) видно, что мощность, расходуемая генератором в первичном контуре, соответствует сопротивлению r_1 , а во вторичном контуре — вносимому сопротивлению $r_{вн}$. Если рассматривать вторичный контур, т. е. сопротивление $r_{вн}$, как нагрузку, то сопротивление r_1 будет внутренним сопротивлением источника питания этой нагрузки. Из курса электротехники известно, что наибольшая мощность поступает в нагрузку тогда, когда сопротивление нагрузки равно внутреннему сопротивлению генератора (при условии постоянства амплитуды э. д. с. генератора и независимости ее от нагрузки). В данном случае это означает, что наибольший ток I_{2mm} во вторичном контуре получается при $r_{вн} = r_1$, т. е. при

$$r_1 = \frac{x_{св. кр}^2}{r_2} = \frac{\omega_0^2 M_{кр}^2}{r_2},$$

откуда

$$x_{св. кр} = \omega_0 M_{кр} = \sqrt{r_1 r_2}. \quad (88)$$

¹ Если параметры первичного и вторичного контуров неодинаковы, то критическая и оптимальная связи несколько отличаются.

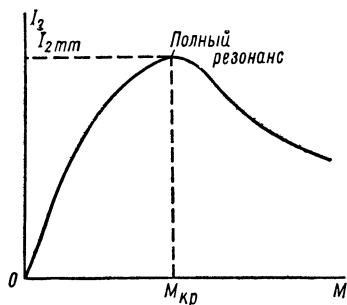


Рис 58. Зависимость тока во вторичном контуре от взаимной индуктивности между контурами.

Разделим левую, а затем правую части равенства на $\sqrt{\omega_0 L_I \cdot \omega_0 L_{II}}$:

$$\frac{\omega_0 M_{кр}}{\sqrt{\omega_0 L_I \omega_0 L_{II}}} = \frac{M_{кр}}{\sqrt{L_I L_{II}}} = k_{кр};$$

$$\sqrt{\frac{r_1 r_2}{\omega_0 L_I \omega_0 L_{II}}} = \sqrt{\frac{r_1}{Q_1} \cdot \frac{r_2}{Q_2}} = \sqrt{d_1 d_2},$$

здесь $k_{кр}$ — коэффициент критической связи;
 d_1, d_2 — затухание первичного и вторичного контуров.

Таким образом, мы установили третье условие полного резонанса (первые два $x_1 = 0, x_2 = 0$): $k_{кр} = \sqrt{d_1 d_2}$. Когда связанные контуры одинаковы ($d_1 = d_2 = d$), то $k_{кр} = d$, т. е. полный резонанс получается при коэффициенте связи, численно равном затуханию одного из связанных контуров.

Перейдем к определению токов в контурах и коэффициента передачи напряжения при полном резонансе.

Из равенства $r_1 = r_{вн}$ следует, что входное сопротивление

$$R_{вх} = r_1 + r_{вн} = 2r_1,$$

а ток в первичном контуре

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{вх}} = \frac{E_1}{2r_1}. \quad (89)$$

Этот ток индуцирует во вторичном контуре э. д. с.

$$E_2 = I_1 \omega_0 M_{кр} = \frac{\omega_0 M_{кр} E_1}{2r_1},$$

которая вызывает в нем ток, равный, с учетом выражения (88),

$$I_{2mm} = \frac{E_2}{r_2} = \frac{E_1 \omega_0 M_{кр}}{2r_1 r_2} = \frac{E_1}{2 \sqrt{r_1 r_2}}. \quad (90)$$

Выходное напряжение U_{2mm} снимается с емкостного сопротивления $\frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{\omega_0 C_2} = Q_2$. Следовательно, при одинаковых контурах ($r_1 = r_2 = r, Q_1 = Q_2 = Q$) выходное напряжение

$$U_{2mm} = I_{2mm} Q_2 = \frac{E_1 Q_2}{2 \sqrt{r_1 r_2}} = \frac{E_1 Q}{2r} = \frac{E_1 Q}{2},$$

а коэффициент передачи напряжения

$$K_{mm} = \frac{U_{2mm}}{E_1} = \frac{Q}{2}. \quad (91)$$

Сопоставив формулы коэффициентов передачи напряжения последовательного контура при резонансе (46) и связанных контуров при полном резонансе (91), можно заметить, что второй коэффициент

меньше первого в два раза. Причина этого заключается в том, что при равенстве $r_1 = r_{вн}$ только половина мощности, расходуемой генератором, поступает во вторичный контур, а остальная мощность теряется в первичном контуре.

При настройке ряда схем, содержащих связанные контуры, руководствуются не величиной коэффициента передачи напряжения, а стремлением получить большую мощность при минимальных затратах энергии. В таких случаях сначала контуры настраивают в резонанс при слабой связи, т. е. получают $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, а затем подбирают связь исходя из следующих соображений.

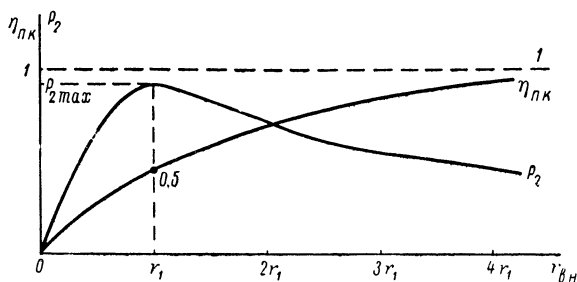


Рис. 59. Зависимость мощности во вторичном контуре и к. п. д. промежуточного контура от отношения $r_{вн}/r_1$.

Колебательная мощность генератора P_k расходуется в первичном (P_1) и вторичном (P_2) контурах. Все эти мощности можно выразить через амплитуду тока в первичном контуре I_{m1} , если учесть, что ток I_{m1} выделяет мощность P_1 на сопротивлении r_1 и мощность P_2 на вносимом сопротивлении $r_{вн}$:

$$P_k = P_1 + P_2 = \frac{I_{m1}^2 r_1}{2} + \frac{I_{m1}^2 r_{вн}}{2}.$$

Отношение мощности, выделяемой во вторичном контуре, ко всей колебательной мощности генератора, называется *к. п. д. первичной цепи (промежуточного контура)*:

$$\eta_{п.к.} = \frac{P_2}{P_k} = \frac{I_{m1}^2 r_{вн} \cdot 2}{2(I_{m1}^2 r_1 + I_{m1}^2 r_{вн})} = \frac{r_{вн}}{r_1 + r_{вн}}. \quad (92)$$

Чем больше связь (вносимое сопротивление), тем выше $\eta_{п.к.}$, но это не значит, что одновременно с ростом $\eta_{п.к.}$ неизменно растет мощность во вторичном контуре P_2 . Как известно, мощность P_2 достигает максимума при критической связи ($r_{вн} = r_1$), т. е. при полном резонансе. Когда связь больше критической ($r_{вн} > r_1$), усиление связи в большей мере уменьшает ток в первичном контуре (за счет роста вносимого сопротивления), чем увеличивает сопротивление связи ($\omega_0 M$), и по этой причине мощность во вторичном контуре падает (рис. 59). Отсюда следует вывод, что при

неизменной амплитуде возбуждения E_{m1} максимальная мощность во вторичном контуре получается при полном резонансе ($r_{вн} = r_1$), но тогда к. п. д. промежуточного контура

$$\eta_{п.к} = \frac{r_{вн}}{r_1 + r_{вн}} = 0,5.$$

Если же требуется более высокий к. п. д. $\eta_{п.к}$, то следует устанавливать более сильную связь.

§ 32. Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров

Форма амплитудно-частотной характеристики одиночного контура определяется его добротностью, а связанных контуров — еще и коэффициентом связи. Рассмотрим эту характеристику сначала без вывода ее уравнения, а затем с выводом уравнения. Будем считать, что контуры связаны индуктивно, имеют одинаковые параметры L, C, r и собственная частота каждого контура равна ω_0 . Построим амплитудно-частотные характеристики такой системы контуров для трех значений коэффициента связи k : равного, меньшего и большего критического (рис. 60).

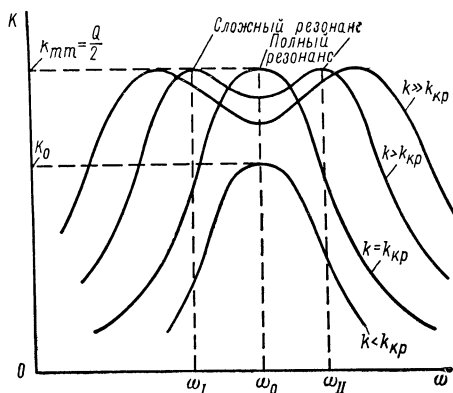


Рис. 60. Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров

имеет место полный резонанс: коэффициент передачи напряжения достигает предельного максимума $K_{mm} = Q/2$,

так как $r_{вн} = r_1$ или $\frac{\omega_0^2 M_{кр}^2}{r_2} = r_1$. Отклонение частоты ω от значения ω_0 вызывает расстройку контуров, увеличивает их реактивные сопротивления x_1, x_2 и за счет этого уменьшает токи в контурах, а также коэффициент передачи напряжения схемы.

При связи, меньшей критической ($k < k_{кр}$), амплитудно-частотная характеристика имеет аналогичную форму, но максимум этой характеристики расположен ниже, чем при $k = k_{кр}$. В этом можно убедиться, если учесть, что сопротивление r_1 осталось прежним, а вносимое сопротивление стало меньше

за счет того, что взаимоиндуктивность $M < M_{\text{кр}}$:

$$r_{\text{вн}} = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_2} < r_1.$$

Если же связь больше критической ($k > k_{\text{кр}}$, $M > M_{\text{кр}}$), то при $\omega = \omega_0$ модуль коэффициента передачи напряжения K , как и в предыдущем случае, меньше, чем $K_{\text{мм}} = Q/2$, вследствие того, что $M > M_{\text{кр}}$ и вносимое сопротивление $r_{\text{вн}} > r_1$:

$$\frac{\omega_0 M^2}{r_2} > r_1.$$

Когда же частота генератора ω отклоняется в любую сторону от ω_0 , то неравенство $r_{\text{вн}} \neq r_1$ ослабляется, поскольку вносимое сопротивление $r_{\text{вн}}$ с ростом реактивного сопротивления x_2 уменьшается ($r_{\text{вн}} = \frac{\omega^2 M^2}{z_2^2} r_2 = \frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} r_2$) и при определенных частотах $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_{\text{II}}$ наступает равенство $r_{\text{вн}} = r_1$:

$$\frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} r_2 = r_1. \quad (93)$$

Теперь генератор отдает наибольшую мощность во вторичный контур. Следовательно, ток в нем и коэффициент передачи напряжения такой же величины, как и при полном резонансе:

$$I_{2\text{мм}} = \frac{E_{m1}}{2\sqrt{r_1 r_2}}; \quad K = K_{\text{мм}} = \frac{Q}{2}.$$

Однако условия получения $I_{2\text{мм}}$ и $K_{\text{мм}}$ несколько иные, чем при полном резонансе. Из равенства $r_1 = r_{\text{вн}}$ или $r_1 = \frac{\omega^2 M^2}{z_2^2} r_2$ находим, что в данном случае сопротивление связи и реактивная составляющая вносимого сопротивления в первичный контур соответственно равны

$$\omega M = z_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}; \quad (94)$$

$$x_{\text{вн}} = -\frac{\omega^2 M^2}{z_2^2} x_2 = -\frac{z_2^2 \frac{r_1}{r_2}}{z_2^2} x_2 = -\frac{r_1}{r_2} x_2.$$

При одинаковых контурах ($r_1 = r_2$; $x_1 = x_2$)

$$x_{\text{вн}} = -\frac{r_1}{r_1} x_1 = -x_1,$$

т. е. в первичный контур вносится реактивное сопротивление, которое численно равно и противоположно по знаку собственному реактивному сопротивлению первичного контура, вследствие чего

реактивная составляющая входного сопротивления связанной системы контуров равна нулю:

$$X_{\text{вх}} = x_1 + x_2 = x_1 - x_1 = 0.$$

Это является, как известно, признаком резонанса. Полученный резонанс называется *сложным*, а частоты генератора $\omega_1 = 2\pi f_1$ и $\omega_{\text{II}} = 2\pi f_{\text{II}}$, при которых наблюдается сложный резонанс — *частотами связи*.

При «медленной» частоте связи ω_1 , которая меньше собственной частоты контура ω_0 , реактивные сопротивления контуров x_1 и x_2 имеют емкостной характер ($x_1 < 0$, $x_2 < 0$), но так как реактивное вносимое сопротивление $x_{\text{вн}}$ противоположно по знаку сопротивлению x_2 , то $x_{\text{вн}}$ имеет индуктивный характер и полностью компенсирует емкостное сопротивление первичного контура x_1 . Аналогично при «быстрой» частоте связи ($\omega_{\text{II}} > \omega_0$) сопротивление x_1 по характеру индуктивное и компенсируется численно равным емкостным сопротивлением $x_{\text{вн}}$, которое вносится из вторичного контура в первичный.

Чем больше коэффициент связи ($k'' > k'$, $M'' > M'$), тем больше числитель левой части выражения (93), и, чтобы восстановить равенство $r_{\text{вн}} = r_1$, нужно в большей мере увеличить реактивное сопротивление (x_2), которое входит в знаменатель той же части выражения. Иначе говоря, сложный резонанс наступает при больших значениях расстройки контуров. Это подтверждается формулами частот связи, которые выводятся из условия равенства нулю реактивной составляющей входного сопротивления связанных контуров ($X_{\text{вх}} = x_1 + x_{\text{вн}} = 0$):

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}, \quad \omega_{\text{II}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}. \quad (95)$$

Как видим, чем больше коэффициент связи k , тем меньше медленная частота связи ω_1 и больше быстрая частота связи ω_{II} по сравнению с собственной частотой каждого контура ω_0 . В связи с тем, что $X_{\text{вх}} = 0$ и $r_1 = r_{\text{вн}}$, полное входное сопротивление связанных контуров и ток в первичном контуре при сложном резонансе выражаются такими же формулами, как и для полного резонанса:

$$z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} = r_1 + r_{\text{вн}} = 2r_1; \quad I_1 = \frac{E}{z_{\text{вх}}} = \frac{E}{2r_1}.$$

Все это позволяет рассматривать полный резонанс как частный случай сложного резонанса, когда $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$. Действительно, если подставить $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ в формулу (94), то получим условие полного резонанса ($\omega M = \omega_0 M_{\text{кр}}$):

$$\omega M = z_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = r_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt{r_1 r_2} = \omega_0 M_{\text{кр}},$$

При частотах, меньших ω_1 или больших ω_{II} , модуль коэффициента передачи и ток во вторичном контуре убывают вследствие того, что возросшее реактивное сопротивление x_2 слишком уменьшает вносимое сопротивление $r_{вн}$ и оно оказывается меньше r_1 ; кроме того, здесь сказывается уменьшение тока первичного контура вследствие расстройки этого контура.

Итак, при связи, меньшей критической, амплитудно-частотная характеристика имеет один максимум, который ниже предельного ($K_0 < K_{mm}$); при критической связи этот максимум достигает наивысшего уровня K_{mm} (полный резонанс), а при связи, большей критической, на уровне K_{mm} имеются два максимума (сложный резонанс).

Полученные нами выводы подтверждаются уравнением амплитудно-частотной характеристики, которое приводится ниже применительно к двум одинаковым индуктивно связанным контурам [$Z_1 = Z_2 = Z = r(1 + ja)$ и $\dot{Z}_{св} = j\omega M$]. Из § 27 настоящей главы известно, что

$$i_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_{вх}} = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 - \frac{Z_{св}^2}{Z_2}} = \frac{\dot{E}_1}{Z - \frac{(j\omega M)^2}{Z}} = \frac{\dot{E}_1}{Z + \frac{\omega^2 M^2}{Z}}; \quad (96)$$

$$i_2 = -\frac{i_1 Z_{св}}{Z_2} = -\frac{\dot{E}_1 j\omega M}{Z \left(Z + \frac{\omega^2 M^2}{Z} \right)} = -\frac{\dot{E}_1 j\omega M}{Z^2 + \omega^2 M^2}.$$

Выходное напряжение \dot{U}_2 снимается с емкости вторичного контура, которая имеет сопротивление $\frac{1}{j\omega C} \approx -j \frac{1}{\omega_0 C} = -jq$. Поэтому

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= -j\dot{I}_2 q = j^2 \frac{\dot{E}_1 \omega M q}{Z^2 + \omega^2 M^2} = -\frac{\dot{E}_1 \omega M q}{r^2 (1 + ja)^2 + \omega^2 M^2} = \\ &= -\frac{\dot{E}_1 \omega M q}{r^2 \left[(1 + ja)^2 + \frac{\omega^2 M^2}{r^2} \right]} = -\frac{\dot{E}_1 \omega M q}{r \left[(1 + ja)^2 + \frac{\omega^2 M^2}{r^2} \right]}. \end{aligned}$$

Обозначим отношение имеющегося коэффициента связи к критическому буквой η (параметр связи):

$$\eta = \frac{k}{k_{кр}} = \frac{x_{св}}{x_{св. кр}} = \frac{\omega M}{\sqrt{r_1 r_2}} = \frac{\omega M}{r}.$$

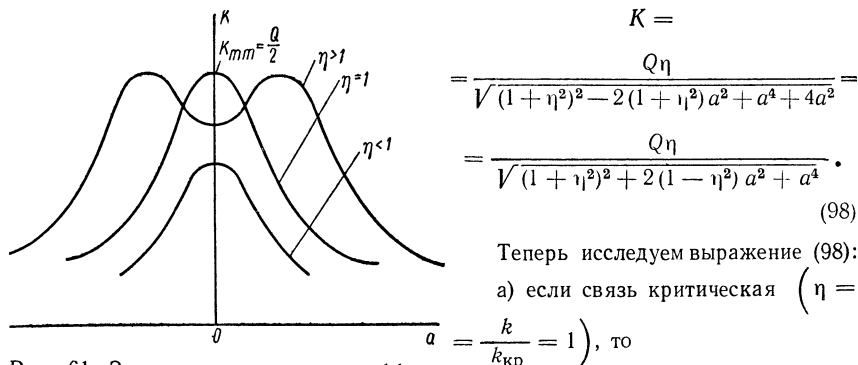
Тогда коэффициент передачи напряжений связанных контуров

$$\begin{aligned} K &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}_1} = -\frac{\omega M q}{r \left[(1 + ja)^2 + \frac{\omega^2 M^2}{r^2} \right]} = -\frac{Q\eta}{(1 + ja)^2 + \eta^2} = \\ &= -\frac{Q\eta}{(1 + \eta^2 - a^2) + j2a}, \end{aligned}$$

а модуль этого коэффициента

$$K = \frac{Q\eta}{\sqrt{(1+\eta^2 - a^2)^2 + 4a^2}}. \quad (97)$$

Уравнение амплитудно-частотной характеристики (97) иллюстрируется рис 61, на котором показана зависимость модуля коэффициента передачи напряжения связанных контуров от обобщенной расстройки. Чтобы сделать более наглядным влияние связи (параметра η) на форму характеристики, представим выражение в скобках уравнения (97) как разность $(1 + \eta^2)$ и a^2 :



$$K = \frac{Q}{\sqrt{4 + a^4}}, \quad (99)$$

т. е. амплитудно-частотная характеристика при полном резонансе ($a = 0$) имеет один максимум $K_{mm} = Q/2$, причем увеличение расстройки a с любым знаком вызывает монотонное убывание коэффициента передачи напряжения;

б) если связь меньше критической ($\eta < 1$), все коэффициенты при a в уравнении (98) положительны, вследствие чего увеличение расстройки, как и в предыдущем случае, сопровождается монотонным убыванием коэффициента передачи напряжения; подставив $a = 0$ в выражение (98), найдем, что при $\eta < 1$ максимум коэффициента передачи напряжения меньше, чем при критической связи (где $K_0 = Q/2$):

$$K_0 = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q. \quad (100)$$

Например, при $\eta = 0,5$ резонансный коэффициент передачи напряжения $K_0 = \frac{0,5}{1,25} Q = 0,4Q$;

в) если связь больше критической ($\eta > 1$) и $a = 0$, модуль коэффициента передачи напряжения также меньше, чем при критической связи. Например, если $\eta = 1,5$, то, согласно выражению (100),

$$K_0 = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q = \frac{1,5Q}{1 + 2,25} \approx 0,46Q.$$

Однако поскольку коэффициент при a^2 в уравнении (98) отрицательный, увеличение расстройки a сначала сопровождается увеличением модуля коэффициента передачи напряжения вплоть до $K_{mm} = Q/2$ (сложный резонанс), а затем в большей мере сказывается положительное слагаемое a^4 и коэффициент K вновь понижается. В результате получается двугорбая характеристика.

§ 33. Полоса пропускания контуров

Полоса пропускания связанных контуров $\Delta f_{\text{пр}}$, как и одиночного, зависит от формы амплитудно-частотной характеристики, и поэтому она определяется не только добротностью контуров Q и их собственной частотой f_0 , но и коэффициентом связи k .

Полоса пропускания одиночного контура, как известно, равна $\Delta f_{\text{пр}} = f_0/Q$. Это соответствует амплитудно-частотной характери-

стике 1 на рис. 62. Если для связанных контуров полосу пропускания отсчитывать, как и для одиночного контура, на уровне $1/\sqrt{2} = 0,707$ от максимума коэффициента передачи, то можно заметить следующее: с увеличением коэффициента связи от $k = 0$ до $k = k_{\text{кр}}$, (характеристика 2) полоса пропускания расширяется от $0,64f_0/Q$ до $1,41f_0/Q$; однако это не сопровождается снижением избирательности, так как скаты амплитудно-частотной характеристики становятся круче. Когда связь превышает критическую, в характеристике появляются два горба (кривая 3) и полоса пропускания еще более расширяется. Последнее наблюдается до тех пор, пока впадина в амплитудно-частотной характеристике не опустится до уровня $K_{\text{mm}}/\sqrt{2}$. Данной характеристике 3 соответствует коэффициент связи $k = 2,41 k_{\text{кр}}$ ($\eta = 2,41$) и максимально возможная полоса пропускания $\Delta f_{\text{пр. м}} = 3,1 f_0/Q$.

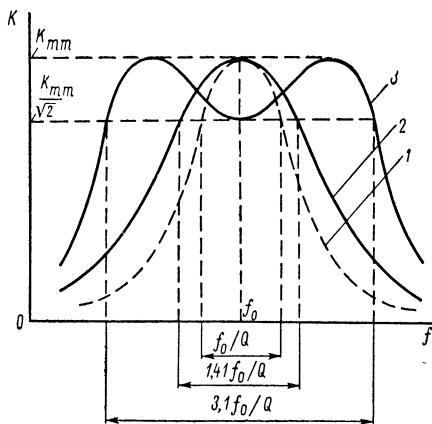


Рис 62 К определению полосы пропускания одиночного (1) и связанных (2, 3) контуров.

два горба (кривая 3) и полоса пропускания еще более расширяется. Последнее наблюдается до тех пор, пока впадина в амплитудно-частотной характеристике не опустится до уровня $K_{\text{mm}}/\sqrt{2}$. Данной характеристике 3 соответствует коэффициент связи $k = 2,41 k_{\text{кр}}$ ($\eta = 2,41$) и максимально возможная полоса пропускания $\Delta f_{\text{пр. м}} = 3,1 f_0/Q$.

В правильности приведенных цифр можно убедиться из уравнения амплитудно-частотной характеристики связанных контуров. Например, если подставить $K = K_{\text{mm}}/\sqrt{2} = Q/2 \sqrt{2}$ в выражение (99), то получим

$$\frac{Q}{2 \sqrt{1 + \frac{a_{\text{пр}}^4}{4}}} = \frac{Q}{2 \sqrt{2}},$$

откуда обобщенная расстройка, соответствующая полосе пропускания, $a_{\text{пр}} = 1,41$, но $a_{\text{пр}} = Q \frac{2\Delta f}{f_0} = Q \frac{\Delta f_{\text{пр}}}{f_0}$, следовательно, подтверждается, что полоса пропускания связанных контуров $\Delta f_{\text{пр}}$ при критической связи равна $1,41f_0/Q$.

Найдем теперь значение η , при котором впадина двугорбой характеристики опускается до уровня $K = K_{\text{mm}}/\sqrt{2}$. Так как это происходит при $a = 0$, то

производим подстановку $K_0 = Q/2\sqrt{2}$ в уравнение (100):

$$\frac{Q}{2\sqrt{2}} = \frac{\eta}{1+\eta^2} Q$$

и получаем $\eta = 2,41$.

Подставив $\eta = 2,41$; $K = K_{mn}/\sqrt{2} = Q/2\sqrt{2}$ в уравнение (97), найдем значение a , которое соответствует максимально возможной полосе пропускания:

$$\frac{Q}{2\sqrt{2}} = \frac{Q \cdot 2,41}{\sqrt{(1 + 2,41^2 - a_{пр}^2 m)^2 + 4a_{пр}^2 m}}.$$

Это значение равно $a_{пр} m = 3,1$, т. е. максимальная полоса пропускания $\Delta f_{пр} m = 3,1 f_0/Q$.

Таким образом, регулируя связь между контурами, можно изменить полосу пропускания от 0,64 до 3,1 полосы пропускания одиночного контура.

Второе преимущество связанных контуров в хорошей форме амплитудно-частотных характеристик: благодаря крутым скатам эти характеристики приближаются по форме к прямоугольным, которые, как известно, идеально разрешают противоречие между избирательностью и частотными искажениями (полосой пропускания).

§ 34. Примеры применения связанных контуров

Рассмотрим случаи применения индуктивно связанных контуров в схемах входной цепи приемника, полосового усилителя и выходного лампового генератора.

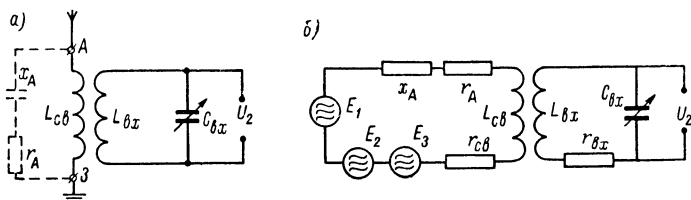


Рис. 63. Входная цепь приемника с индуктивной связью

Первичный контур *входной цепи* (рис. 63, а), называемый антенным, состоит из антенны А с заземлением З и катушки связи $L_{св}$, а вторичный контур цепи, называемый входным, образован индуктивностью $L_{вх}$ и емкостью $C_{вх}$. На эквивалентной схеме (рис. 63, б) антенна представлена источниками э. д. с. E_1, E_2, E_3, \dots с активной r_A и реактивной x_A составляющими внутреннего сопротивления; $L_{св}, r_{св}$ — параметры катушки связи; $L_{вх}, C_{вх}, r_{вх}$ — параметры входного контура. Благодаря индуктивной связи во входном контуре индуктируются э. д. с., которые включены последовательно с элементами контура. Антенный контур ненастраиваемый, а входной контур настраивается в резонанс на несущую частоту принимаемой станции; в таких условиях выходное напряжение u_2 для принимаемой станции усиливается в Q раз по сравнению с э. д. с., индуктированной во входном контуре. Для радио-

сигналов других станций такого усиления нет, и этим осуществляется частотная избирательность.

Полосовые усилители отличаются от резонансных повышенной равномерностью усиления спектра частот усиливаемого сигнала и более высокой избирательностью. Нагрузкой полосового усилителя, показанного на рис. 64, служат связанные контуры с одинаковыми параметрами L, C, r . Первичный контур L_1, C_1 включается в анодную цепь лампы как параллельный, а вторичный контур L_2, C_2 индуктивно связывается с первичным и потому является последовательным относительно индуктируемой э. д. с.

Амплитуда переменной составляющей анодного тока $I_{m a}$ равна произведению крутизны характеристики этого тока S на амплитуду входного напряжения $U_{m c}$. При резонансе в первичном контуре его ток $I_{m 1}$ в Q' раз больше,

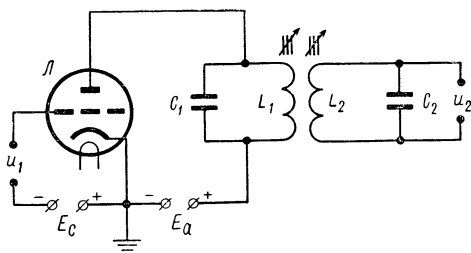


Рис. 64. Принципиальная схема полосового усилителя.

чем $I_{m a}$. Здесь $Q' = \frac{Q}{r + r_{вн}} = \frac{Q}{r + \frac{\omega_0^2 M^2}{r}}$ — эквивалентная доброт-

ность первичного контура, вычисленная с учетом как собственного сопротивления потерь r , так и активного сопротивления, вносимого из вторичного контура, $r_{вн}$:

$$I_{m 1} = Q' I_{m a} = \frac{Q}{r + \frac{\omega_0^2 M^2}{r}} S U_{m c}. \quad (101)$$

Обратимся к формуле (96), выражающей ток в первичном контуре связанной системы, и введем в нее условие резонанса ($Z = r$, $\omega = \omega_0$):

$$i_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z + \frac{Z}{Z}} = \frac{\dot{E}_1}{r + \frac{r}{r}}.$$

Переходя к амплитудным значениям э. д. с. и токов, получим

$$I_{m 1} = \frac{E_{m 1}}{r + \frac{r}{r}}. \quad (102)$$

Сравнив выражения (101) и (102), можно заметить, что в данном случае э. д. с. $E_{m 1}$, вызывающая ток в контурах, равна $Q S U_{m c}$.

Вместе с тем из уравнения (100) известен резонансный коэффициент передачи напряжения связанных контуров

$$K_0 = \frac{\eta}{1 + \eta^2} Q,$$

но поскольку $K_0 = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} = \frac{U_{m2}}{Q S U_{mc}}$, а резонансный коэффициент усиления всего усилителя K_{0yc} равен отношению амплитуды выходного напряжения U_{m2} к амплитуде переменной составляющей напряжения на сетке U_{mc} , т. е. в $Q S$ раз больше, можем записать:

$$K_{0yc} = \frac{U_{m2}}{U_{mc}} = K_0 Q S = \frac{\eta}{1 + \eta^2} S Q Q = \frac{\eta}{1 + \eta^2} S R_{вх}, \quad (103)$$

где $R_{вх} = Q Q$ — входное сопротивление первичного контура без учета вносимых в него сопротивлений.

Как видим, полученный коэффициент усиления отличается от коэффициента усиления для резонансного усилителя множителем $\frac{\eta}{1 + \eta^2}$.

Соотношение между коэффициентами усиления (передачи) для всего усилителя (K_{yc}) и для его нагрузки (K) не зависит от величины расстройки a . Исходя из этого, и на основании формулы (97) находим

$$K_{yc} = K Q S = \frac{S Q Q \eta}{V(1 + \eta^2 - a^2)^2 + 4a^2} = \frac{\eta S R_{вх}}{V(1 + \eta^2 - a^2)^2 + 4a^2}. \quad (104)$$

Разделив выражение (104) на (103), получим уравнение амплитудно-частотной характеристики усилителя в относительных координатах (уравнение избирательности):

$$Y = \frac{K_{yc}}{K_{0yc}} = \frac{1 + \eta^2}{V(1 + \eta^2 - a^2)^2 + 4a^2}. \quad (105)$$

Такое же уравнение получается и при делении выражения (97) на (100). Следовательно, отмеченные выше избирательные свойства связанных контуров в основном остаются в силе и для всего полосового усилителя.

В полосовых усилителях устанавливают $\eta \geq 1$, а это, как известно, позволяет приблизить форму амплитудно-частотной характеристики к прямоугольной.

Выходной генератор передатчика предназначен для усиления мощности колебаний высокой частоты и передачи их в антенну. В сложной схеме выходного генератора, показанной на рис. 65, а, антенна питается от анодной цепи генератора посредством двух индуктивно связанных контуров. Первичный контур L_1, C_1, r_1 (рис. 65, б) называется *промежуточным*, а вторичный, состоящий из антенны (x_A, r_A) и индуктивностей связи $L_{св}$ и настройки L_A

с активным сопротивлением r_n , антенным контуром. Эти контуры сначала настраиваются при слабой связи в резонанс с частотой возбудителя ω_0 , после чего устанавливается требуемая величина связи. При выборе связи нужно иметь в виду, что условия работы лампового генератора отличаются от рассмотренных в § 31, и поэтому не всегда максимальная мощность в антенном контуре $P_{A.к}$ получается при $r_{вн} = r_1$, а следовательно, и при к. п. д. промежуточного контура $\eta_{п.к} = 0,5$. В первом случае мы исходили из постоянства амплитуды э. д. с., питающей связанные контуры, а в данном случае для каждого значения связи можно подобрать наиболее

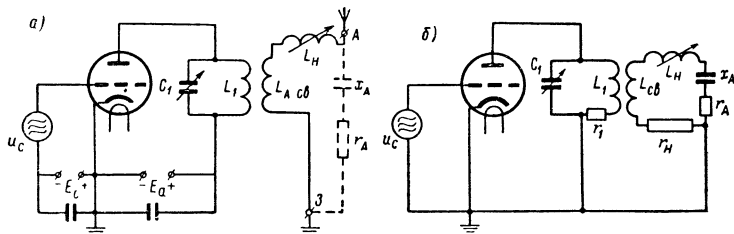


Рис. 65. Сложная схема выходного генератора передатчика.

выгодное значение амплитуды входного напряжения U_{m1} . Кроме того, ранее произведенный анализ относился к связанной системе с входным сопротивлением $R_{вх} = r_1 + r_{вн}$, а в данном случае промежуточный контур L_1, C_1, r_1 параллельный и его входное сопротивление

$$R_{вх} = \frac{q_1^2}{r_1 + r_{вн}} = \frac{\omega_0^2 L_1^2}{r_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{r_{A.к}}}, \quad (106)$$

где q_1 — характеристическое сопротивление промежуточного контура, а $r_{A.к} = r_A + r_n$.

На сопротивлении $R_{вх}$ составляющая анодного тока, на которую настроены в резонанс контуры, выделяет колебательную мощность

$$P_k = \frac{I_{m a1}^2 R_{вх}}{2},$$

где $I_{m a1}$ — амплитуда этой составляющей.

Мощность P_k максимальна при определенных напряжениях на электродах лампы и оптимальном входном сопротивлении контура $R_{вх}$. Обычно оптимальному значению $R_{вх}$ соответствует вносимое сопротивление $r_{вн} = \frac{\omega_0^2 M^2}{r_n + r_A}$, которое больше r_1 . Тем самым определяется, что наиболее выгодный к. п. д. промежуточного контура $\eta_{пк} = \frac{r_{вн}}{r_1 + r_{вн}} > 0,5$.

Однако задача заключается в том, чтобы получить максимальную мощность в антенном контуре $P_{\text{А.к}}$, а этот максимум не всегда совпадает с максимумом $P_{\text{к}}$, так как $P_{\text{А.к}} = P_{\text{к}} \eta_{\text{п.к}}$.

Зависимость к. п. д. промежуточного контура от степени связи между промежуточным и антенным контурами связи не изменяет того положения, что максимум мощности в антенном контуре получается при $r_{\text{вн}} > r_1$. Из этих соображений в выходном генераторе устанавливают связь между контурами более сильную, чем при полном резонансе, вследствие чего к. п. д. промежуточного контура генератора больше 50%.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

§ 35. Классификация и параметры электрических фильтров

Электрическими фильтрами называются схемы и устройства, предназначенные для выделения одной или ряда гармонических составляющих из спектра частот несинусоидальных колебаний.

Фильтр должен минимально ослаблять колебания в определенной области частот, называемой *полосой прозрачности*, и максимально ослаблять на других частотах, образующих область *задерживания* (*непрозрачности*). Частота ω_c , разделяющая эти области, называется *частотой среза* или *границной частотой* фильтра.

В соответствии с взаимным расположением областей прозрачности и задерживания на шкале частот различают фильтры нижних частот, верхних частот, полосовые пропускающие (краткополосовые) и полосовые задерживающие (краткозаграждающие).

Частотная избирательность колебательных контуров недостаточна для пропускания или задерживания полосы частот с большим отношением максимальной частоты к минимальной. В таких случаях прибегают к фильтрам в виде цепочки линейных четырехполюсников (рис. 66). Каждое звено цепочки (четыреполюсник) содержит последовательно включенное Z_1 и параллельно включенное Z_2 сопротивления. По расположению этих сопротивлений на схеме фильтры делят на Г-образные (рис. 66, а), Т-образные (рис. 66, б) и П-образные (рис. 66, в).

Дальнейший анализ работы электрических фильтров посвящен Т- и П-образным фильтрам. В отличие от Г-образных эти фильтры симметричны: в них можно менять местами генератор и нагрузку. Такими же свойствами обладают двухпроводные линии, благодаря чему удается установить общие закономерности для фильтров и линий. Кроме того, одно Т- или П-образное звено эквивалентно двум Г-образным. В этом можно убедиться, если сопротивление Z_1 заменить двумя последовательно включенными величиной $Z_1/2$ каждое, а сопротивление Z_2 — двумя параллельно

включенными величиной $2Z_2$ каждое (рис. 67). Следовательно, соотношения, которые будут получены для Π - и T -образных фильтров, можно будет применить и к Γ -образным фильтрам.

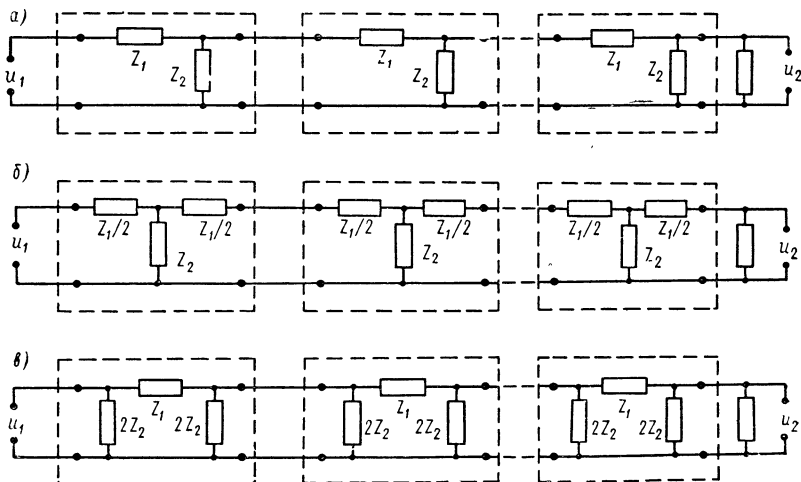


Рис. 66. Электрические фильтры, составленные из Γ -образных (а), T -образных (б) и Π -образных (в) звеньев.

Все сопротивления звеньев должны быть реактивными и иметь высокую добротность, чтобы фильтр как можно меньше ослаблял сигнал в полосе прозрачности. Если произведение $Z_1 Z_2$ не зависит

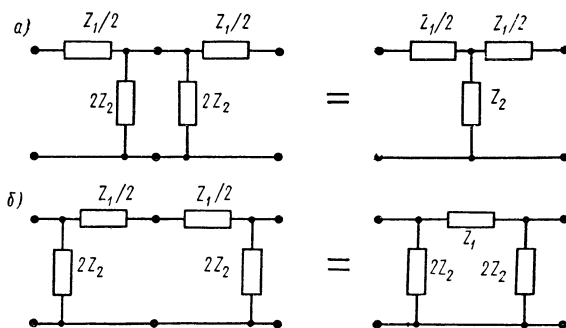


Рис. 67. Замена двух Γ -образных соединений одним T -образным (а) или одним Π -образным (б) звеном.

от частоты, т. е. $Z_1 Z_2 = k^2$, где k — постоянная величина, то такой фильтр называется *фильтром типа k* . В нем одно из сопротивлений индуктивное, а другое — емкостное, например, $Z_1 = j\omega L$, а $Z_2 = 1/j\omega C$ или $Z_1 = 1/j\omega C$, а $Z_2 = j\omega L$.

Основными качественными показателями фильтра являются затухание и частотная характеристика.

Затухание β определяет степень уменьшения амплитуды напряжения от входа (U_{m1}) к выходу (U_{m2}). Поэтому между затуханием, измеренным в основных единицах — неперах (*nep*), — и модулем коэффициента передачи напряжения K существует зависимость

$$K = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} = e^{-\beta}$$

или

$$e^{\beta} = \frac{1}{K}.$$

Натуральный логарифм от обеих частей равенства дает

$$\beta \text{ (nep)} = \ln \frac{1}{K} = \ln \frac{U_{m1}}{U_{m2}}. \quad (107)$$

На практике чаще применяется другая единица измерения затухания — децибел (*дб*), основанная на десятичных логарифмах:

$$\beta \text{ (дб)} = 20 \lg \frac{1}{K} = 20 \lg \frac{U_{m1}}{U_{m2}}. \quad (108)$$

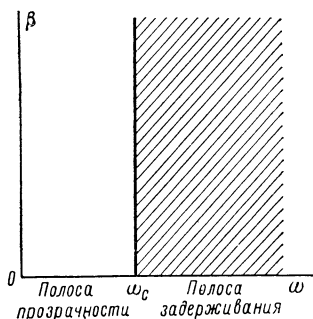


Рис. 68. Частотная характеристика идеального фильтра нижних частот.

Сопоставив уравнения (107) и (108), найдем, что $1 \text{ nep} = 8,686 \text{ дб}$.

Частотная характеристика фильтра выражает зависимость затухания β от частоты ω входного напряжения. Идеальным был бы такой фильтр, частотная характеристика которого имеет вид, подобный характеристике, представленной на рис. 68. На этой характеристике $\beta = 0$ в полосе прозрачности фильтра, $\beta = \infty$ в полосе задерживания и переход из одной полосы в другую полностью совершается на частоте среза ω_c . В реальных условиях фильтры не имеют такой частотной характеристики. Для получения идеальной характеристики, во-первых, ни один из элементов фильтра не должен вносить потерь энергии во всей полосе прозрачности, а это невозможно, потому что не существует чисто реактивных сопротивлений. Во-вторых, в этой же полосе энергия должна передаваться только в одном направлении — от генератора к нагрузке. Последнее требует того, чтобы нагрузка была активным сопротивлением, способным полностью поглотить мощность поступающих к ней колебаний. Но этого мало: на всех частотах полосы прозрачности входное сопротивление каждого звена фильтра должно быть равным сопротивлению нагрузки, так как всякое нарушение однородности цепочечной схемы приводит к изменению условий передачи энергии по цепи и в том сечении ее,

где однородность нарушена, происходит частичное или полное отражение энергии к генератору.

Входное сопротивление фильтра, согласованного во всех сечениях, называется *характеристическим*, или *волновым*, сопротивлением фильтра и обозначается Z_0 .

Формулы характеристических сопротивлений Т- и П-образных фильтров можно вывести исходя из того, что входное сопротивление каждого звена фильтра, нагруженного на характеристическое сопротивление, равно этому сопротивлению. Именно такими изображены звенья фильтров на рис. 69.

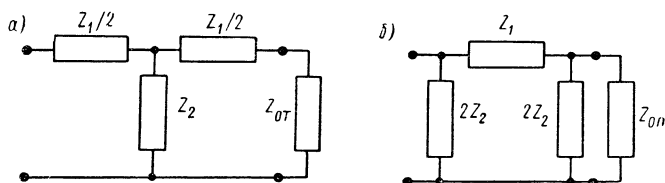


Рис. 69. Эквивалентные схемы звеньев фильтров, согласованных с нагрузкой.

Характеристическое сопротивление Т-образного фильтра, согласно рис. 69, а, равно

$$\begin{aligned} Z_{0T} &= 0,5Z_1 + \frac{Z_2(0,5Z_1 + Z_{0T})}{Z_2 + 0,5Z_1 + Z_{0T}} = \\ &= \frac{0,5Z_1 Z_2 + 0,25Z_1^2 + 0,5Z_1 Z_{0T} + 0,5Z_1 Z_2 + Z_2 Z_{0T}}{Z_2 + 0,5Z_1 + Z_{0T}} = \\ &= \frac{0,25Z_1^2 + Z_1 Z_2 + 0,5Z_1 Z_{0T} + Z_2 Z_{0T}}{Z_2 + 0,5Z_1 + Z_{0T}} \end{aligned}$$

или

$$Z_{0T} Z_2 + 0,5Z_1 Z_{0T} + Z_{0T}^2 - 0,5Z_1 Z_{0T} - Z_2 Z_{0T} = 0,25Z_1^2 + Z_1 Z_2,$$

откуда

$$Z_{0T} = \sqrt{0,25Z_1^2 + Z_1 Z_2}. \quad (109)$$

Аналогично доказывается, что характеристическое сопротивление П-образного фильтра (рис. 69, б) равно

$$Z_{0П} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}. \quad (110)$$

В правую часть формул (109) и (110) входят сопротивления Z_1 и Z_2 , которые зависят от частоты, тогда как характеристическое

сопротивление фильтра должно быть равно активному сопротивлению нагрузки R_n и потому от частоты не зависит. Значит, равенства (109) и (110) могут соблюдаться только на одной частоте полосы прозрачности. Это вторая причина, по которой реальная частотная характеристика фильтра не совпадает с идеальной.

§ 36. Фильтры нижних частот

Фильтром нижних частот называется фильтр, область прозрачности которого простирается от нулевой частоты до частоты среза ω_c , а свыше этой частоты фильтром вносится большое затухание.

На рис. 70 показаны звенья фильтра нижних частот. Т-образное звено составляется из двух индуктивностей величиной $L/2$

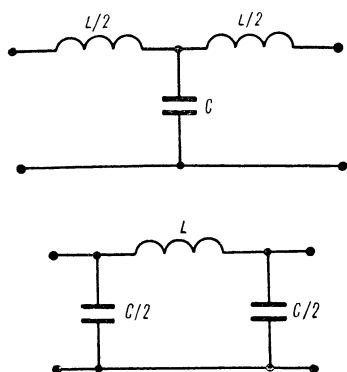


Рис. 70 Звенья фильтров нижних частот.

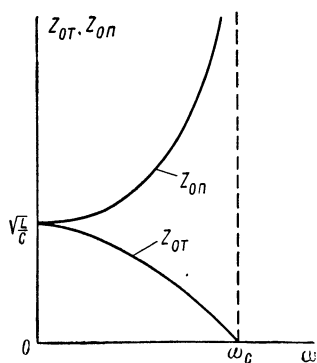


Рис 71. Зависимость характеристического сопротивления фильтра нижних частот от частоты

каждая и емкости C , а П-образное звено — из одной индуктивности L и двух емкостей, каждая из которых равна $C/2$. Следовательно, в каждом из этих звеньев сопротивления

$$Z_1 = j\omega L \text{ и } Z_2 = \frac{1}{j\omega C},$$

а характеристическое сопротивление Т-образного фильтра

$$\begin{aligned} Z_{0T} &= \sqrt{Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C} - 0,25 \omega^2 L^2} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}}. \end{aligned} \quad (111)$$

На рис. 71 приведена зависимость характеристического сопротивления фильтра нижних частот от частоты, рассчитанная по выражению (111). Когда $\omega = 0$, сопротивление $Z_{0T} = \sqrt{L/C}$.

С увеличением частоты ω характеристическое сопротивление Z_{0T} сначала уменьшается до нуля, а затем математически выражается мнимым числом и, следовательно, приобретает реактивный характер. Этот переход совершается при частоте среза $\omega = \omega_c$, поскольку в области прозрачности фильтра характеристическое сопротивление может быть только активным (реактивное сопротивление возвращает энергию генератору). Значит, если в выражение (111) подставить $\omega = \omega_c$, то должно получиться $Z_{0T} = 0$, откуда следует, что

$$\frac{L}{C} = \frac{\omega_c^2 L^2}{4},$$

а частота среза

$$\omega_c = \sqrt{\frac{4L}{L^2 C}} = \frac{2}{\sqrt{LC}}.$$

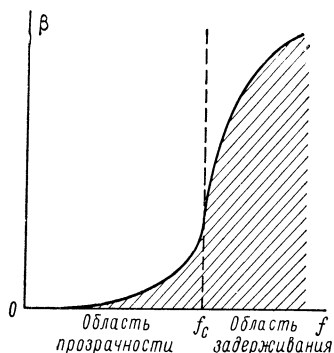


Рис 72 Частотная характеристика фильтра нижних частот.

Обратимся к формуле характеристического сопротивления П-образного фильтра (110) и применим ее к схеме фильтра нижних частот:

$$Z_{0П} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{1 + \frac{j\omega L \cdot j\omega C}{4}}} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}}}. \quad (112)$$

Когда $\omega = 0$, $Z_{0П} = \sqrt{L/C}$; при частоте среза $\omega = \omega_c = 2/\sqrt{LC}$ сопротивление $Z_{0П} = \infty$, а при дальнейшем увеличении частоты характеристическое сопротивление становится мнимым (рис. 71). Таким образом, *характеристическое сопротивление фильтра нижних частот в области прозрачности имеет активный характер и изменяется от $\sqrt{L/C}$ до нуля при Т-образной схеме и от $\sqrt{L/C}$ до бесконечности при П-образной схеме.*

Возникает вопрос: каким следует выбрать сопротивление нагрузки? Обычно выбирают $R_n = \sqrt{L/C}$, т. е. обеспечивают полное согласование фильтра на частоте $\omega = 0$. С увеличением частоты ω согласование нарушается, возрастает падение напряжения на последовательно включенных индуктивностях (увеличивается сопротивление $j\omega L$) и уменьшается падение напряжения на параллельно включенных емкостях (понижается сопротивление $1/j\omega C$). Это приводит к увеличению затухания фильтра β , особенно при переходе через частоту среза (рис. 72).

Элементы фильтра L и C рассчитываются по заданным частоте среза $\omega_c = 2\pi f_c$ и сопротивлению нагрузки R_n . Учитывая, что $\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ и $R_n = \sqrt{\frac{L}{C}}$, находим

$$L = \frac{2R_n}{\omega_c} = \frac{R_n}{\pi f_c}, \quad (113)$$

$$C = \frac{2}{\omega_c R_n} = \frac{1}{\pi f_c R_n}. \quad (114)$$

§ 37. Фильтры верхних частот

Фильтром верхних частот называется такой фильтр, который имеет область прозрачности от граничной частоты до бесконечно больших частот.

В фильтре верхних частот последовательно включенные сопротивления имеют емкостный характер, а параллельно включенные индуктивный (рис. 73). Исходя из того, что в данном случае $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$, а $Z_2 = j\omega L$, Т-образное звено составляем из двух емкостей по $2C$ каждая и одной индуктивности L , а П-образное звено — из одной емкости C и двух индуктивностей, каждая из которых равна $2L$.

Подставив $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$ и $Z_2 = j\omega L$ в формулы (109) и (110), найдем характеристическое сопротивление Т-образного фильтра:

$$\begin{aligned} Z_{0T} &= \sqrt{Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2} = \sqrt{\frac{1}{j\omega C} j\omega L - \frac{0,25}{\omega^2 C^2}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{C} \left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right)} \end{aligned} \quad (115)$$

и характеристическое сопротивление П-образного фильтра:

$$\begin{aligned} Z_{0П} &= \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C \left(1 + \frac{1}{4j\omega C j\omega L}\right)}} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{C \left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right)}}. \end{aligned} \quad (116)$$

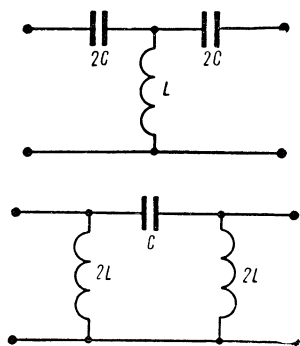


Рис. 73. Схемы Т- и П-образных звеньев фильтров верхних частот.

Как и следовало ожидать, на нижних частотах, где фильтр верхних частот «непрозрачный», характеристические сопротивления $Z_{от}$ и $Z_{оп}$ имеют мнимую величину (реактивный характер) и только при частотах, больших частоты среза, эти сопротивления становятся активными. На частоте среза $\omega = \omega_c$

$$1 - \frac{1}{4\omega_c^2 LC} = 0,$$

откуда

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{4LC}} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}. \quad (117)$$

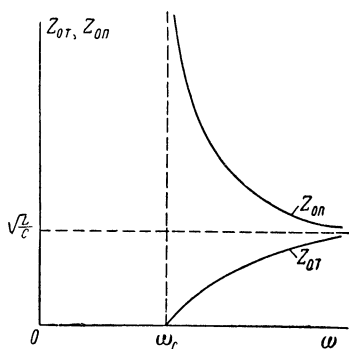


Рис 74 Зависимость характеристического сопротивления фильтра верхних частот от частоты

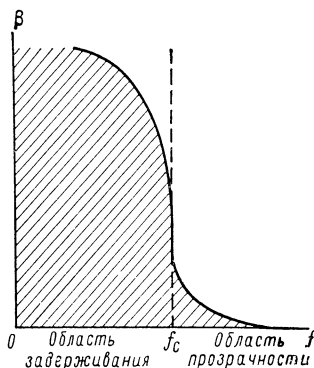


Рис 75 Частотная характеристика фильтра верхних частот

Согласно формулам (115 и (116) при $\omega = \omega_c$ характеристическое сопротивление Т-образного фильтра $Z_{от} = 0$, а П-образного фильтра $Z_{оп} = \infty$ (рис. 74). С увеличением частоты до бесконечно большой величины эти сопротивления стремятся к одинаковой величине $Z_{от} = Z_{оп} = \sqrt{L/C}$. В данном случае сопротивление нагрузки также выбирают равным

$$R_n = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (118)$$

а потому фильтр верхних частот оказывается согласованным при $\omega = \infty$.

По мере уменьшения частоты последовательно включенные емкости увеличивают свое сопротивление, а параллельно включенные индуктивности уменьшают. На емкостях падение напряжения возрастает, на индуктивностях понижается и выходное напряжение падает. Особенно затухание фильтра β увеличивается при переходе через частоту среза в область низших частот. Это показано на частотной характеристике фильтра (рис. 75).

Из выражений (117) и (118) устанавливаем соотношения для расчета индуктивностей и емкостей фильтра:

$$L = \frac{R_H}{2\omega_c} = \frac{R_H}{4\pi f_c}; \quad (119)$$

$$C = \frac{1}{2\omega_c R_H} = \frac{1}{4\pi f_c R_H}. \quad (120)$$

§ 38. Полосовые и заграждающие фильтры

Полосовыми называются фильтры, полоса прозрачности которых ограничена двумя частотами среза ω_{c1} и ω_{c2} . Каждое звено полосового фильтра состоит из последовательного контура L_1, C_1 , образующего сопротивление Z_1 , и параллельного контура L_2, C_2 , образующего сопротивление Z_2 (рис. 76). Обычно оба контура имеют одинаковую резонансную частоту

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}, \quad (121)$$

а потому отношение

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{C_1}{C_2} = m \quad (122)$$

является постоянной величиной.

Имея в виду формулу (121), можно выразить входное сопротивление последовательного контура Z_1 и параллельного контура Z_2 как

$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j\omega C_1} (1 - \omega^2 L_1 C_1) = \frac{1}{j\omega C_1} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right), \quad (123)$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{L_2}{C_2 \frac{1}{j\omega C_2} (1 - \omega^2 L_2 C_2)} = \frac{j\omega L_2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}. \quad (124)$$

В полосовых фильтрах, подобно другим фильтрам, переход характеристического сопротивления от активного к реактивному и обратно происходит при частотах среза. Согласно выражениям (109) и (110) это имеет место при

$$Z_1 Z_2 + 0,25 Z_1^2 = 0$$

или

$$-\frac{Z_1}{4Z_2} = 1. \quad (125)$$

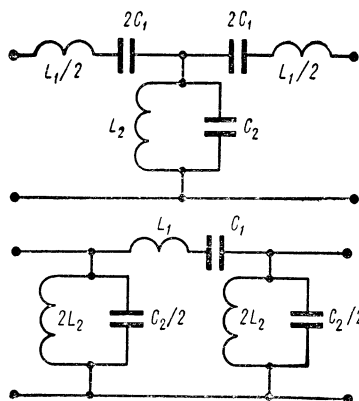


Рис. 76 Схемы Т- и П-образных звеньев полосового фильтра.

Подставив сюда выражения (123) и (124), приведем левую часть равенства к виду

$$-\frac{Z_1}{4Z_2} = -\frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}{4j\omega C_1 j\omega L_2} = \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}{4\omega^2 L_2 C_1}. \quad (126)$$

Равенство (125) вступает в силу при частотах среза ($\omega = \omega_c$). Извлекаем корень квадратный из обеих частей этого равенства после подстановки в него выражения (126):

$$1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} = \sqrt{4\omega_c^2 L_2 C_1} = \pm 2\omega_c \sqrt{L_2 C_1} = \pm 2\omega_c \sqrt{\frac{L_2}{\omega_0^2 L_1}} = \pm \frac{2\omega_c}{\omega_0} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}.$$

Используя соотношение (122), получим квадратное уравнение такого вида:

$$\omega_c^2 \pm 2\sqrt{m}\omega_0\omega_c - \omega_0^2 = 0.$$

Используем те знаки перед вторым слагаемым, которые дают положительные значения частот среза и в результате решения уравнения находим два значения этих частот:

$$\omega_{c1} = -\sqrt{m}\omega_0 + \sqrt{m\omega_0^2 + \omega_0^2} = \omega_0(\sqrt{m+1} - \sqrt{m}).$$

$$\omega_{c2} = +\sqrt{m}\omega_0 + \sqrt{m\omega_0^2 + \omega_0^2} = \omega_0(\sqrt{m+1} + \sqrt{m}).$$

Среднеквадратичное частот среза равно резонансной частоте контуров:

$$\sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}} = \sqrt{\omega_0^2(\sqrt{m+1} + \sqrt{m})(\sqrt{m+1} - \sqrt{m})} = \omega_0.$$

Разность частот среза, т. е. полоса прозрачности фильтра, равна

$$\begin{aligned} \omega_{c2} - \omega_{c1} &= \omega_0[(\sqrt{m+1} + \sqrt{m}) - (\sqrt{m+1} - \sqrt{m})] = \\ &= 2\omega_0\sqrt{m} = \frac{2}{\sqrt{L_2 C_2}} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}. \end{aligned} \quad (127)$$

Во всей этой полосе характеристическое сопротивление изменяется, хотя и сохраняет активный характер. В таких условиях согласовать фильтр с активным сопротивлением нагрузки R_H можно только на одной частоте. Этой частотой является ω_0 , если

$$R_H = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}. \quad (128)$$

Из выражений (127) и (128) выводим формулы для расчета элементов фильтра:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{2R_H}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}; & L_2 &= \frac{R_H(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{2\omega_0^2}; \\ C_1 &= \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{2R_H\omega_0^2}; & C_2 &= \frac{2}{R_H(\omega_{c2} - \omega_{c1})}. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Частотная характеристика полосового фильтра показана на рис. 77. Между частотами среза затухание фильтра минимально. Чем больше частота ω отличается от ω_{c1} (в меньшую сторону) и от ω_{c2} (в большую сторону), тем больше входное сопротивление последовательного контура и меньше входное сопротивление параллельного, в связи с чем выходное напряжение уменьшается и затухание, вносимое фильтром, возрастает.

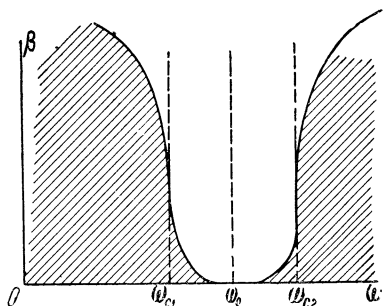


Рис. 77. Частотная характеристика полосового фильтра.

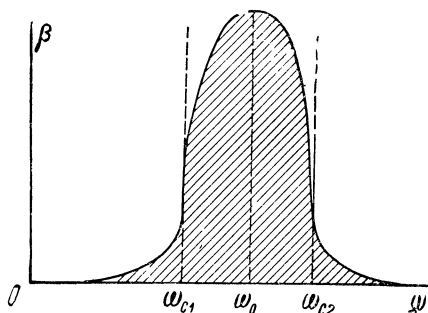


Рис. 78 Частотная характеристика заграждающего фильтра

Заграждающие фильтры по назначению и структуре звеньев обратны полосовым пропускающим фильтрам. Заграждающие фильтры обладают максимальным затуханием между частотами среза ω_{c1} — ω_{c2} и минимальным за их пределами (рис. 78). Для этого фильтр составляют из параллельных контуров L_1 , C_1 , включенных последовательно с нагрузкой, и последовательных контуров L_2 , C_2 , включенных параллельно (рис. 79). Все эти контуры настроены в резонанс на частоту $\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}}$.

Так как при резонансе ($\omega = \omega_0$) контуры L_1 , C_1 имеют максимальное входное сопротивление, а контуры L_2 , C_2 — минимальное, то на последовательно включенных контурах возникает большое падение напряжения, а на параллельно включенных — малое, т. е. в области частот, близких к ω_0 , колебания задерживаются. Фильтр становится прозрачным при большой расстройке контуров, когда $\omega_{c1} > \omega > \omega_{c2}$. В этой области частот контуры L_2 , C_2 почти не шунтируют линию фильтра, а контуры L_1 , C_1 не создают в ней сколько-нибудь значительного падения напряжения.

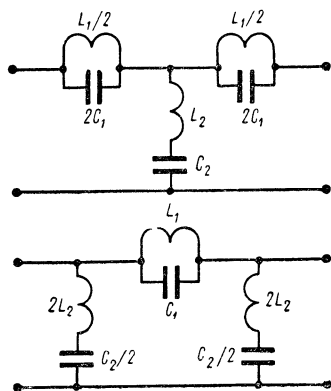


Рис. 79. Схемы Т- и П-образных звеньев заграждающего фильтра

Как и в других фильтрах типа «к», точное согласование сопротивления нагрузки R_n с характеристическим сопротивлением фильтра происходит на одной частоте полосы прозрачности. В данном случае это имеет место при частотах $\omega = 0$ и $\omega = \infty$, если $R_n = \sqrt{L_1/C_2}$.

§ 39. Фильтры типа «м»

Однозвенные фильтры типа «к», рассмотренные выше, имеют два недостатка: малую крутизну частотной характеристики на границе полосы прозрачности и значительное изменение характеристического сопротивления в полосе прозрачности. Первый недостаток частично устраняется увеличением числа звеньев, так как с прибавлением звеньев существенно увеличивается затухание фильтра в области задерживания, а это приводит к увеличению крутизны частотной характеристики около граничных частот.

Чем больше звеньев в фильтре, тем больше его размеры. В силу этого часто отдают предпочтение фильтрам, в которых согласование с нагрузкой и частотная характеристика улучшаются не за счет увеличения звеньев, а за счет усложнения их схемы. К таким, в частности, относятся *фильтры типа «м»*, отличающиеся от фильтров типа «к» перераспределением реактивных сопротивлений между последовательным и параллельными плечами каждого звена.

В фильтре низших частот типа «м» вместо одной индуктивности L (рис. 80, а) включают две, из которых одна, равная mL , остается в последовательном плече звена, а другая вводится в параллельное плечо (рис. 80, б). Индуктивность и емкость параллельного плеча образуют последовательный колебательный контур. Этот контур настраивается на частоту ω_0 , связанную с частотой среза ω_c зависимостью

$$\omega_0 = \frac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}}. \quad (130)$$

Формула (130) справедлива при следующих соотношениях сопротивлений фильтра типа «м» (Z'_1 , Z'_2) и исходного фильтра типа «к» (Z_1 , Z_2):

$$Z'_1 = mZ_1; \quad Z'_2 = \frac{Z_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m} Z_1. \quad (131)$$

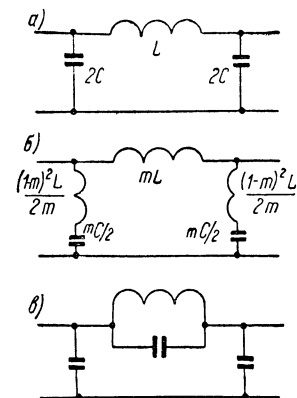


Рис 80 Звено фильтра типа «к» и аналогичные ему звенья фильтра типа «м».

Первое соотношение реализовано тем, что в последовательное плечо П-образного звена включена индуктивность mL , а для реализации второго соотношения в параллельное плечо включают две емкости величиной $mC/2$ каждая и две индуктивности величиной $\frac{1-m^2}{2m} L$ каждая.

На частоте ω_0 параллельные плечи, благодаря последовательному резонансу, замыкаются накоротко, и затухание фильтра

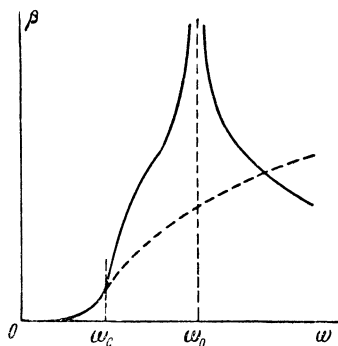


Рис. 81. Частотная характеристика фильтра типа «m».

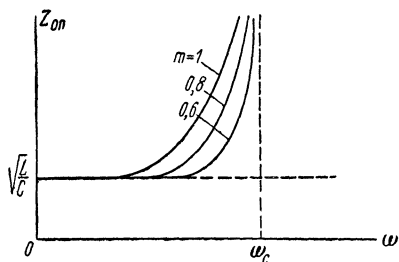


Рис. 82. Зависимость характеристического сопротивления фильтра типа «m» от частоты в полосе прозрачности.

возрастает до бесконечно большой величины (практически до конечной величины). При этом крутизна частотной характеристики возрастает тем больше, чем ближе частота резонанса ω_0 к частоте среза ω_c (рис. 81). Для этого параметр m должен по возможности приближаться к единице [см. формулу (130)]. С другой стороны, уменьшение параметра m способствует большему постоянству характеристического сопротивления Z_{0n} в полосе прозрачности, что очень важно с точки зрения согласования фильтра с нагрузкой. Из рис. 82 видно, что это требование в достаточной мере удовлетворяется при значении $m=0,6$, которое считается наиболее выгодным.

Фильтр типа «m» может быть составлен также перераспределением емкости между параллельными и последовательным плечами, как показано на рис. 80, в.

§ 40. Электромеханические фильтры

Полосовые фильтры типов «к» и «m» мало пригодны по своим параметрам L и C для пропускания очень узких полос частот. Колебательные контуры типа LC также не рассчитаны на пропускание полосы частот порядка десятых долей процента от ее средней частоты. Такая узкая полоса может быть получена только посредством электромеханических фильтров, из которых наиболь-

шее применение получили пьезоэлектрические и магнитострикционные.

Действие *пьезоэлектрических фильтров* основано на прямом и обратном пьезоэлектрических эффектах кристаллов кварца или особых искусственно изготовленных кристаллов. Из этих кристаллов вырезаются прямоугольные пластины так, чтобы они были ориентированы определенным образом относительно осей кристалла. Полученные пластины включаются в схему через металлические обкладки кварцедержателя (рис. 83).

Если пластину кварца деформируют механически, то на ее обкладках появляются электрические заряды. Это явление называется прямым пьезоэффектом, а обратный пьезоэффект заключается в механической деформации пластин под действием приложенного к ним напряжения. При переменном напряжении пластины кварца в силу обратного пьезоэффекта совершают механические колебания, которые вследствие прямого пьезоэффекта вызывают на гранях переменные заряды. Так как приложенное извне напряжение возбуждает в кварцевой пластине пьезоэлектрический ток, то эта пластина ведет себя как участок электрической цепи. Выясним характер данной цепи.

Кварцевая пластина, как весьма упругое тело, имеет ярко выраженную резонансную частоту f_0 . Эта частота зависит от толщины пластины d и выражается формулой

$$f_0 (\text{МГц}) = \frac{1,6 \div 3,6}{d (\text{мм})}.$$

Численное значение коэффициента $1,6 \div 3,6$ определяется типом среза.

Если частота внешнего напряжения $f = f_0$, то механические колебания пластины особенно интенсивны, и пьезоэлектрический ток максимален. Полученный ток совпадает по фазе с приложенным напряжением, т. е. кварцевая пластина эквивалентна активному сопротивлению. При отклонении частоты f от резонансной f_0 механические колебания и пьезоэлектрический ток резко ослабевают, причем в области частот $f < f_0$ ток опережает по фазе напряжение, а при $f > f_0$ ток отстает от напряжения (рис. 84). Такими свойствами, как известно, обладает последовательный колебательный контур.

Параметры этого контура необычны: индуктивность $L_{\text{кв}}$ достигает десятка генри, емкость $C_{\text{кв}}$ не превышает десятых долей пикофарады, а активное сопротивление исчисляется единицами-десятками омов. В результате добротность контура, эквивалентного пластине кварца, оказывается весьма значительной — до десятков тысяч. При такой высокой добротности полоса пропуска-

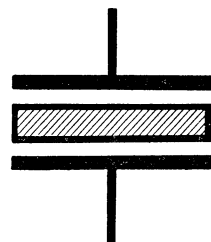


Рис. 83 Условное обозначение кварцевой пластины.

ния получается очень узкой, а стабильность этой полосы очень высокой. Особенно велика стабильность при так называемом ком срезе кварцевой пластины, который характеризуется весьма незначительным влиянием температуры на параметры кварца.

Полная схема кварцевого контура (рис. 85, а), кроме упомянутых элементов $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$, содержит статическую емкость между пластинами кварцедержателя C_0 величиной от единиц до десятков пикофарад. В связи с этим следует различать частоту резонанса последовательного контура $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{кв}C_{кв}}}$$

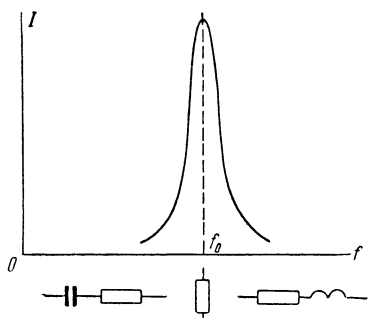


Рис. 84 Зависимость пьезоэлектрического тока от частоты напряжения, приложенного к кварцевой пластине.

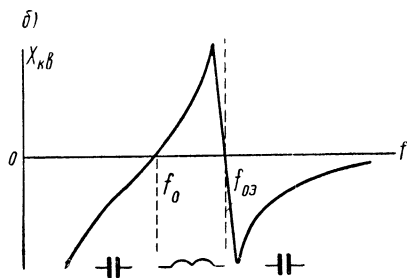
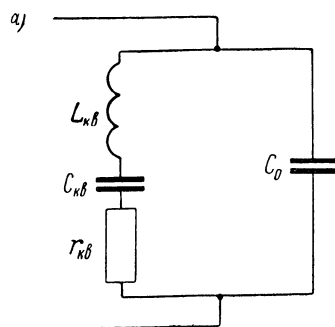


Рис. 85. Схема кварцевого контура (а) и зависимость реактивной составляющей входного сопротивления этого контура от частоты внешнего напряжения (б)

и частоту резонанса параллельного контура $L_{кв}$, $C_{кв}$, C_0 , $r_{кв}$

$$f_{0з} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{кв}C_э}},$$

где $C_э = \frac{C_0 C_{кв}}{C_0 + C_{кв}}$ — общая емкость последовательно включенных $C_{кв}$ и C_0 .

Так как $C_{кв} \ll C_0$, то $C_э \approx C_{кв}$ и резонансные частоты f_0 и $f_{0з}$ отличаются весьма незначительно.

При частотах, близких и особенно меньших частоты f_0 , ток ветви, содержащей емкость C_0 , настолько мал, что свойства схемы практически определяются последовательным контуром $L_{кв}$, $C_{кв}$, $r_{кв}$. Это выражается в том, что когда частота внешнего напряжения f увеличивается и проходит через значение f_0 , реактивная

составляющая входного сопротивления всей схемы $X_{\text{кв}}$ проходит через нуль, изменяя свой характер с емкостного на индуктивный (рис. 85, б). В области более высоких частот уже сказывается ток емкости C_0 , и при частоте параллельного резонанса f_0 , сопротивление $X_{\text{кв}}$ опять становится равным нулю, но характер этого сопротивления меняется с индуктивного на емкостный.

Ширина полосы прозрачности кварцевого фильтра равна разности частот $f_{0\pm}$ — f_0 и, следовательно, может в известных пределах регулироваться емкостью C_0 . Так как частоты $f_{0\pm}$ и f_0 отличаются весьма незначительно, то полоса прозрачности кварцевого фильтра получается очень узкой, а высокая добротность кварцевого контура обеспечивает высокую стабильность этой полосы.

Магнитострикционные фильтры содержат стержень из ферромагнитного материала, который совершает механические колебания под действием переменного магнитного поля, создаваемого током намагничивающей катушки. Механические колебания аналогичным способом преобразуются в электромагнитные. Так как намагничиваемый стержень колеблется интенсивно только при частотах, равных или очень близких к его резонансной частоте, то на выход устройства проходят колебания, имеющие узкую полосу.

Магнитострикционные фильтры не получили такого широкого применения, как пьезоэлектрические, вследствие более низкой добротности эквивалентных контуров и более узкого диапазона средних частот полос пропускания. Этот диапазон ограничивается размерами резонаторов, которые слишком велики на частотах менее 10 кГц и слишком малы на частотах более 100 кГц.

§ 41. Переход от многозвенного фильтра к длинным линиям

На рис. 86, а представлена схема Т-образного фильтра нижних частот, содержащая n звеньев; в каждом звене индуктивность равна L и емкость C . Будем неограниченно увеличивать число звеньев ($n \rightarrow \infty$), не изменяя общей индуктивности nL и емкости nC фильтра. Это можно сделать лишь за счет уменьшения L и C до бесконечно малых величин ($L \rightarrow 0$, $C \rightarrow 0$). Однако отношение L/C должно оставаться конечной величиной.

Такая схема в действительности существует. Это — линия, состоящая из двух параллельных проводов (рис. 86, б). Любой элементарный участок двухпроводной линии длиной dx обладает некоторой индуктивностью проводов и емкостью между проводами, т. е. может быть уподоблен звену описанного фильтра нижних частот с $n \rightarrow \infty$. Из этих соображений двухпроводные линии называются *цепями с распределенными параметрами*.

Они тоже имеют характеристическое сопротивление, формула которого получается из выражений (111) и (112), если подставить

в них параметры элементарного участка линии $L \rightarrow 0$ и $C \rightarrow 0$:

$$Z_{от} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}} = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad Z_{оп} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}}} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

В теории цепей с распределенными параметрами величину $\sqrt{L/C}$ обозначают ϱ (или ω) и называют *волновым сопротивлением линии*. Удобнее волновое сопротивление выражать через

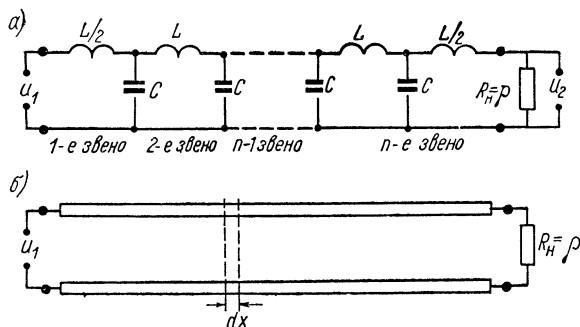


Рис 86 Т-образный фильтр нижних частот с числом звеньев $n \rightarrow \infty$ (а) и аналогичная ему двухпроводная линия (б).

погонные параметры линии, т. е. через индуктивность L_1 и емкость C_1 отрезка линии длиной в одну единицу. Если предположить в таком отрезке n_1 звеньев, каждое из которых имеет индуктивность L и емкость C , то $L_1 = n_1 L$ и $C_1 = n_1 C$, а

$$\varrho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L_1}{n_1} \cdot \frac{n_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Как видим, волновое сопротивление линии не зависит от частоты. Благодаря этому линия, замкнутая на активное сопротивление, равное волновому ($R_H = \varrho = \sqrt{L_1/C_1}$), оказывается согласованной с нагрузкой при любых частотах. Практическим результатом согласования является работа линии в *режиме бегущих волн*, т. е. передача сигналов по линии происходит без отражения их к генератору.

Рассматривая линию как фильтр нижних частот с бесконечно большим числом звеньев и бесконечно малыми индуктивностью L и емкостью C звена, устанавливаем граничную частоту линии:

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}} = \infty.$$

Это значит, что линия, согласованная с нагрузкой, имеет неограниченную полосу прозрачности. Ее частотные характеристики подобны характеристикам, приведенным на рис. 68, в связи с чем сигналы, передаваемые по согласованной линии, воспроизводятся на выходе без искажения, но с некоторым запаздыванием, равным времени распространения бегущей волны по линии.

Все эти выводы сделаны для линии без потерь. В реальной линии на любом элементарном участке, кроме индуктивности и емкости, имеются активное сопротивление проводов и активная проводимость (утечка) между проводами, за счет которых энергия передаваемого сигнала несколько теряется и волновое сопротивление линии незначительно изменяется. Однако режим бегущих волн может быть соблюден и в реальной линии.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
§ 1. Основные особенности радиотехники	—
§ 2. Блок-схема радиосвязи	6
§ 3. Принципы осуществления радиотелеграфии и радиолокации	10
§ 4. Управляющие сигналы и радиосигналы	13
§ 5. Линейные и нелинейные цепи радиотехнических схем	24
§ 6. Понятие о помехоустойчивости радиотехнических устройств	29
§ 7. Краткие сведения из истории радиотехники	34
Глава I. Элементы колебательного контура	37
§ 8. Контурные катушки индуктивности	—
§ 9. Контурные конденсаторы	41
§ 10. Активное сопротивление контура	46
Глава II. Свободные колебания в контуре	50
§ 11. Свободные колебания в идеальном контуре	—
§ 12. Свойства свободных колебаний в идеальном контуре	52
§ 13. Частота, период и длина волны свободных колебаний	54
§ 14. Свободные колебания в реальном контуре	55
§ 15. Коэффициенты, характеризующие затухание свободных колебаний в контуре	57
Глава III. Вынужденные колебания в последовательном контуре	58
§ 16. Общие сведения	—
§ 17. Резонанс в последовательном контуре	60
§ 18. Зависимость входного сопротивления последовательного контура от частоты	62
§ 19. Амплитудно-частотная характеристика последовательного контура	68
§ 20. Примеры практического применения последовательного контура	71
Глава IV. Вынужденные колебания в параллельном контуре	74
§ 21. Параллельный контур I вида	—
§ 22. Параллельные контуры II, III и общего видов	77
§ 23. Резонанс в параллельном контуре	79
§ 24. Входное сопротивление параллельного контура при расстройке	83
§ 25. Коэффициент передачи напряжения параллельного контура	87
§ 26. Примеры применения параллельного контура	89
Глава V. Вынужденные колебания в связанных контурах	93
§ 27. Схемы связанных контуров	—
§ 28. Входное сопротивление связанных контуров	95
§ 29. Физический смысл вносимых сопротивлений	97

§ 30.	Частные резонансы	100
§ 31	Полный резонанс	101
§ 32	Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров	106
§ 33	Полоса пропускания контуров	111
§ 34	Примеры применения связанных контуров	112
Глава VI	Электрические фильтры	117
§ 35	Классификация и параметры электрических фильтров	—
§ 36	Фильтры нижних частот	121
§ 37	Фильтры верхних частот	123
§ 38	Полосовые и заграждающие фильтры	125
§ 39	Фильтры типа «п»	128
§ 40	Электромеханические фильтры	129
§ 41.	Переход от многозвенного фильтра к длинным линиям	132



43 к.

